Devoir surveillé n° 6

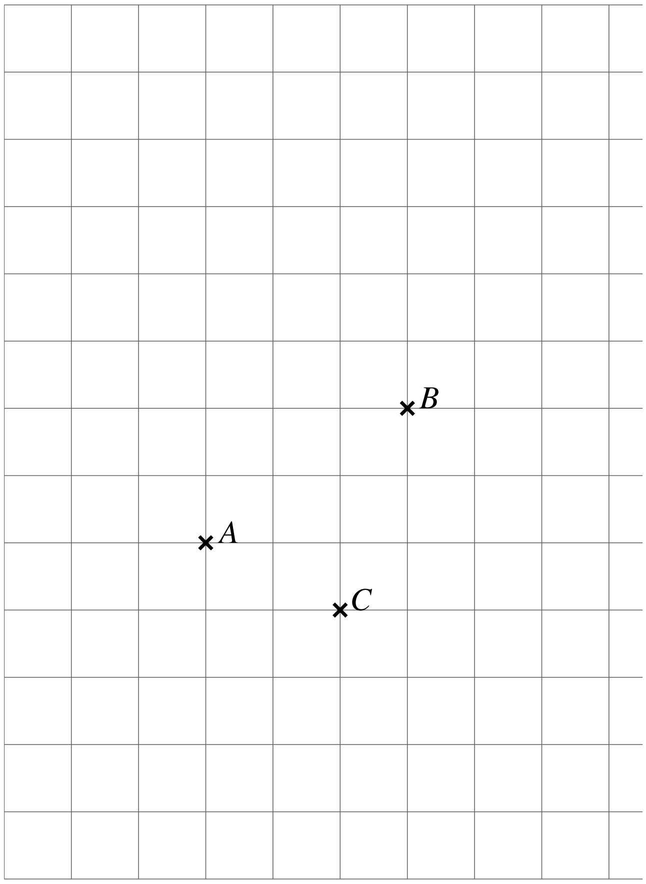
durée : 1h30

Exercice 1 : (*6 points*) **Constructions à partir de l'égalité vectorielle**

Construire sur le graphique ci-contre :

- le barycentre G_1 du système
$$\{(A,-1);(B,2)\}$$
- le barycentre G_2 du système
$$\{(A,-2);(B,-1);(C,1)\}$$
- le point M tel que
$$\overrightarrow{BM}=\overrightarrow{CA}+2\overrightarrow{BC}$$
- le point N tel que
$$\overrightarrow{BN}=\overrightarrow{CB}-\frac{1}{2}\overrightarrow{CA}$$

Montrer que les points B, M et N sont alignés.



Exercice 2 : (*1,5 points*) **Barycentre et coordonnées**

Le plan est rapporté à un repère $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$. On considère les points $A(-1;2)$ et $B(3;1)$.

Déterminer les coordonnées de G, le barycentre du système $\{(A,3);(B,2)\}$

Exercice 3 : (*1,5 points*) **Les poids sont à déterminer**

On considère trois points A, B et G vérifiant la relation

$$2\overrightarrow{GB}-3\overrightarrow{AB}=\vec{0}.$$

Déterminer deux constantes réelles α et β telles que G soit le barycentre du système $\{(A,\alpha),(B,\beta)\}$

Exercice 4 : (*2 points*) **Une équation trigonométrique simple**

a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante :

$$(E) \qquad \sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

Représenter les solutions sur le cercle trigonométrique

b) Parmi l'infinité de solutions de l'équation (E), préciser celles qui se trouvent dans l'intervalle $[0, 2\pi]$.

Exercice 5 : (*2 points*) **Une équation trigonométrique un peu moins simple**

a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante :

$$(E) \qquad \cos 2x = \frac{1}{2}$$

Représenter les solutions sur le cercle trigonométrique

b) Parmi l'infinité de solutions de l'équation (E), préciser celles qui se trouvent dans l'intervalle $[0, 2\pi]$.

Exercice 6 : (*3 points*) **Une dernière équation trigonométrique**

a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante :

$$(E) \qquad \cos(2x + \pi) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

b) Combien faut-il de points distincts sur le cercle trigonométrique pour représenter les solutions ? (On ne demande pas de représenter ces solutions.)

c) Parmi l'infinité de solutions de l'équation (E), préciser celles qui se trouvent dans l'intervalle $[0, 2\pi]$.

Exercice 7 : (*3 points*) **Transformation d'écriture – Équation**

On considère la fonction f définie pour tout réel x par

$$f(x) = \cos x - \sqrt{3}\sin x$$

1. Montrer que $f(x)$ peut également s'écrire

$$f(x) = 2\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right).$$

2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation

$$\cos(x) - \sqrt{3}\sin(x) = -1.$$

Exercice 8 : (*1 points*) **Détermination de constantes**

On considère la fonction f définie pour tout réel x par

$$f(x) = A\cos(x) + B\sin(x) \qquad \text{où } A \text{ et } B \in \mathbb{R}$$

Déterminer les constantes réelles A et B sachant que

$$f(0) = -1 \qquad \text{et} \qquad f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1.$$