

Devoir surveillé n° 6

durée : 1h30

Exercice 1 : (6 points) Constructions à partir de l'égalité vectorielle

Construire sur le graphique ci-contre :

- le barycentre G_1 du système

$$\{(A, -1); (B, 2)\}$$

- le barycentre G_2 du système

$$\{(A, -2); (B, -1); (C, 1)\}$$

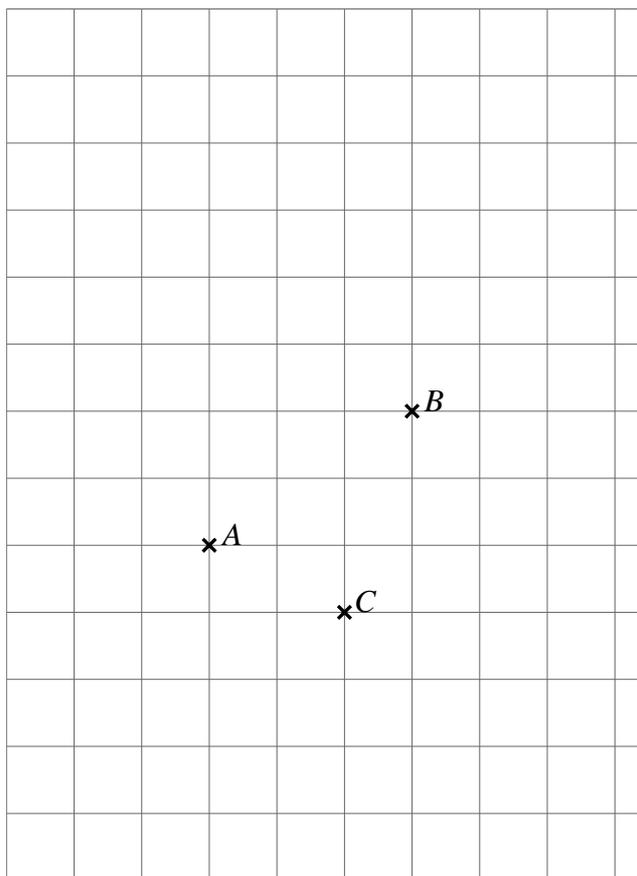
- le point M tel que

$$\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{CA} + 2\overrightarrow{BC}$$

- le point N tel que

$$\overrightarrow{BN} = \overrightarrow{CB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{CA}$$

Montrer que les points B , M et N sont alignés.



Exercice 2 : (1,5 points) Barycentre et coordonnées

Le plan est rapporté à un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) . On considère les points $A(-1; 2)$ et $B(3; 1)$.

Déterminer les coordonnées de G , le barycentre du système $\{(A, 3); (B, 2)\}$

Exercice 3 : (1,5 points) Les poids sont à déterminer

On considère trois points A , B et G vérifiant la relation

$$2\overrightarrow{GB} - 3\overrightarrow{AB} = \vec{0}.$$

Déterminer deux constantes réelles α et β telles que G soit le barycentre du système $\{(A, \alpha), (B, \beta)\}$

Exercice 4 : (2 points) Une équation trigonométrique simple

a) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation suivante :

$$(E) \quad \sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

Représenter les solutions sur le cercle trigonométrique

b) Parmi l'infinité de solutions de l'équation (E), préciser celles qui se trouvent dans l'intervalle $[0, 2\pi]$.

Exercice 5 : (2 points) Une équation trigonométrique un peu moins simple

a) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation suivante :

$$(E) \quad \cos 2x = \frac{1}{2}$$

Représenter les solutions sur le cercle trigonométrique

b) Parmi l'infinité de solutions de l'équation (E), préciser celles qui se trouvent dans l'intervalle $[0, 2\pi]$.

Exercice 6 : (3 points) Une dernière équation trigonométrique

a) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation suivante :

$$(E) \quad \cos(2x + \pi) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

b) Combien faut-il de points distincts sur le cercle trigonométrique pour représenter les solutions ? (On ne demande pas de représenter ces solutions.)

c) Parmi l'infinité de solutions de l'équation (E), préciser celles qui se trouvent dans l'intervalle $[0, 2\pi]$.

Exercice 7 : (3 points) Transformation d'écriture – Équation

On considère la fonction f définie pour tout réel x par

$$f(x) = \cos x - \sqrt{3} \sin x$$

1. Montrer que $f(x)$ peut également s'écrire

$$f(x) = 2 \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right).$$

2. Résoudre dans \mathbb{R} l'équation

$$\cos(x) - \sqrt{3} \sin(x) = -1.$$

Exercice 8 : (1 points) Détermination de constantes

On considère la fonction f définie pour tout réel x par

$$f(x) = A \cos(x) + B \sin(x) \quad \text{où } A \text{ et } B \in \mathbb{R}$$

Déterminer les constantes réelles A et B sachant que

$$f(0) = -1 \quad \text{et} \quad f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1.$$