

# Devoir surveillé n° 4

durée : 2h

## Exercice 1 : (11,5 points) Étude d'une fonction rationnelle

### - Partie A -

Soit  $C$  la courbe d'équation  $y = a + \frac{2x+b}{x^2+2}$  où  $a$  et  $b$  sont des constantes réelles.

Déterminer les nombres réels  $a$  et  $b$  sachant que la courbe  $C$  passe par les points  $A(-1; 0)$  et  $B\left(2; \frac{3}{2}\right)$ .

### - Partie B -

On considère la fonction  $f$  définie pour tout  $x$  de  $[-6; 6]$  par

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 + 2}$$

et on note  $C_f$  sa courbe représentative dans un repère orthogonal  $(O, \vec{u}, \vec{v})$ .

- On note  $\Delta$  la droite d'équation  $y = 1$ .
  - Déterminer les coordonnées du point d'intersection de  $C_f$  et  $\Delta$ .
  - Étudier le signe de  $f(x) - 1$ . En déduire les positions relatives de  $C_f$  et  $\Delta$ .
- Reproduire puis compléter le tableau de valeurs ci-dessous (on donnera des valeurs à  $10^{-2}$  près :

$x$	-6	-4	-2	-1	0	1	2	4	6
$f(x)$									

- Ces résultat numériques sont-ils cohérents avec votre réponse du 1.b) ? (Justifier.)
- Calculer  $f'$ , la fonction dérivée de  $f$ , et montrer que l'on a

$$f'(x) = \frac{2 \times (-x^2 + x + 2)}{(x^2 + 2)^2}$$

- Étudier, suivant les valeurs de  $x$ , le signe de la fonction dérivée  $f'(x)$ .
  - En déduire le tableau de variation de  $f$  sur l'intervalle  $[-6; 6]$ .
- Déterminer une équation de  $T$ , la tangente à la courbe  $C_f$  au point d'abscisse 0.
  - Représenter, sur l'intervalle  $[-6; 6]$ , la courbe  $C_f$ , la tangente  $T$  et la droite  $\Delta$ . (unités graphiques : 1 cm ou 1 grand carreau sur  $Ox$ , et 3 cm ou 3 grand carreaux sur  $Oy$ .)

## Exercice 2 : (8,5 points) Complexes et géométrie

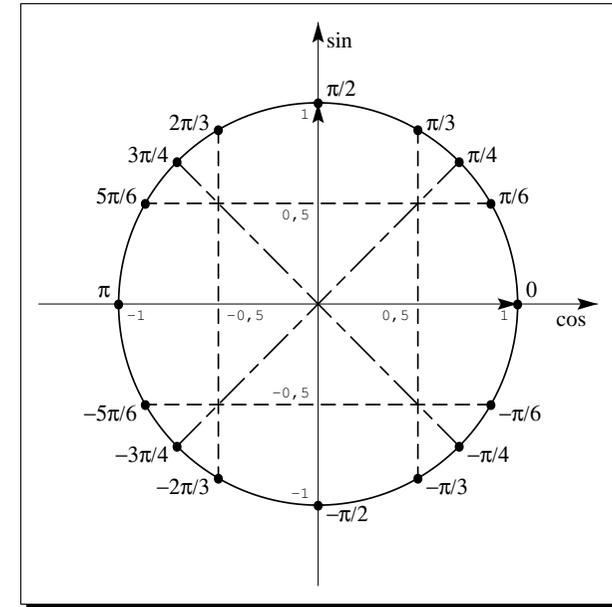
- On considère les nombres complexes  $z_A, z_B$  et  $z_C$  définis par

$$z_A = 2\sqrt{3} + 2i \quad z_B = \left[4; -\frac{5\pi}{6}\right] \quad z_C = -4i.$$

- Déterminer le module et un argument de  $z_A$ .
- Déterminer la forme algébrique de  $z_B$ .

- Déterminer le module et un argument de  $z_C$ .
- Dans le plan rapporté à un repère orthonormal  $(O, \vec{u}, \vec{v})$  d'unité graphique 2 cm (ou 2 grands carreaux), placer les points  $A, B$  et  $C$  d'affixes respectives  $z_A, z_B, z_C$ .
  - Montrer que les points  $A, B$  et  $C$  sont situés sur un même cercle de centre  $O$  dont on précisera le rayon.
  - Montrer que l'on a

$$|z_B - z_A| = 8.$$



$x$	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1