NOM : 1gc 4 octobre 2006

Devoir surveillé n° 1

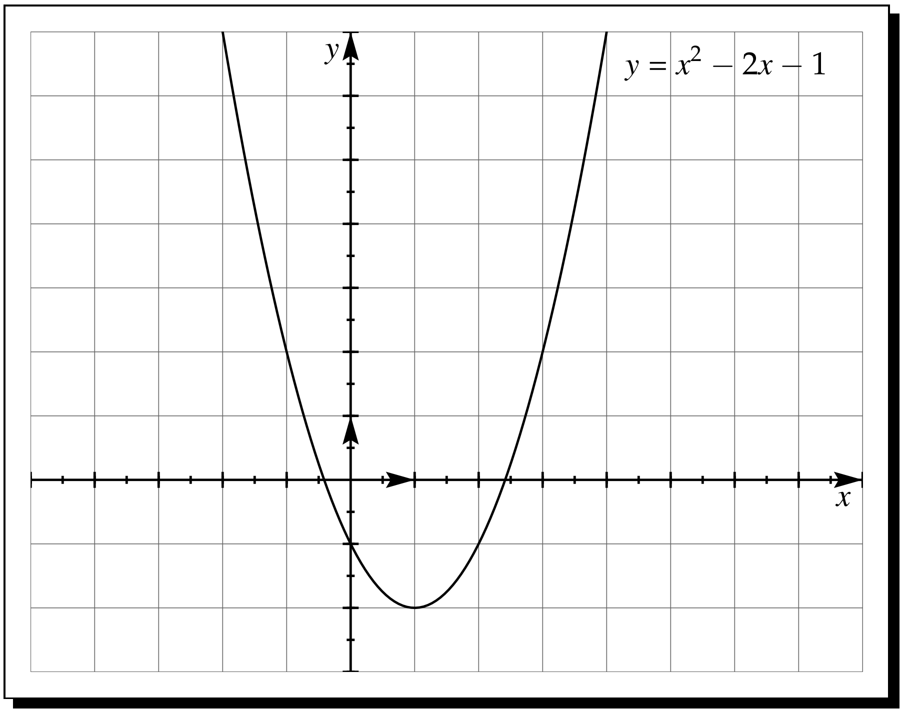
durée : 1h

Exercice 1 : (*8 points*) **Résolutions d'équations et d'inéquations polynomiales**

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = x^2 - 2x - 1.$$

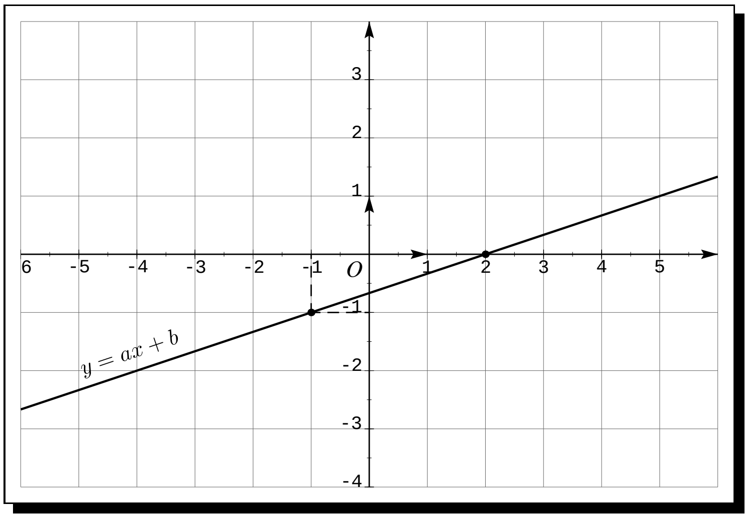
Sa courbe représentative, d'équation $y = x^2 - 2x - 1$, est donnée ci-dessous :



1. *Partie graphique*
   a) Résoudre graphiquement l'équation
   $$x^2 - 2x - 1 = 0.$$
   b) Dans le dessin ci-dessus, représenter la courbe d'équation
   $$y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}.$$
   c) Résoudre graphiquement l'inéquation
   $$x^2 - 2x - 1 \leqslant \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}.$$
2. *Partie calcul*
   a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation
   $$x^2 - 2x - 1 = 0.$$
   b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation
   $$x^2 - 2x - 1 \leqslant \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}.$$

Exercice 2 : (*9 points*) **Coefficients indéterminés, intersection et positions relatives de deux courbes**

La courbe C_f ci-dessous est la courbe représentative d'une fonction polynôme f du premier degré, c'est à dire d'une fonction f du type $f(x) = ax + b$.



1. *a*) Lire sur le graphique les valeurs de $f(-1)$ et $f(2)$.
   b) En déduire les valeurs de a et b.
2. Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = -3x + 2$. Tracer C_g, la courbe représentative de la fonction g, sur la figure ci-dessus.
3. *a*) Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = g(x)$.
   b) Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \leqslant g(x)$.
4. *a*) Déterminer, par le calcul, le ou les points d'intersection des courbes C_f et C_g.
   b) Étudier, par le calcul, les positions relatives des courbes C_f et C_g. (Autrement dit, déterminer par le calcul la réponse à la question « Quand la courbe C_f est-elle au-dessus de C_g, et quand est-elle en dessous ? »)

Exercice 3 : (*3 points*) **Coefficients indéterminés**

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = ax^2 + bx + c.$$

Déterminer les constantes réelles a, b et c, sachant que la courbe représentative de f passe par les points $A(-1; -4)$, $B(0; -3)$ et $C(1; 0)$.