Corrigé du devoir surveillé n° 5

durée : 1h

Exercice 3 : (*4 points*) **Calcul de fonctions dérivées**

a) On trouve $\boxed{f'(x) = 6x^2 - \frac{2}{3}x = x\left(6x - \frac{2}{3}\right)}$

b) En utilisant $(1/u)' = (-u'/u^2)$ et en s'apercevant que $(4-x)/2 = 2-(1/2)x$, on trouve $\boxed{g'(x) = \frac{2}{(4-x)^2} - \frac{1}{2}.}$

c) On utilise $(u/v)' = (u'v - uv')/v^2$ avec $u = x^2 - x$, $u' = 2x - 1$, $v = x^2 + x + 2$ et $v' = 2x + 1$. On trouve alors

$$h'(x) = \frac{(2x-1)(x^2+x+2) - (x^2-x)(2x+1)}{(x^2+x+2)^2} \quad \text{soit} \quad \boxed{h'(x) = \frac{2x^2+4x-2}{(x^2+x+2)^2}.}$$

Exercice 4 : (*3 points*) **Calcul de fonctions dérivées**

On trouve

$$\boxed{f'(x) = 6\cos(2x)} \qquad \boxed{g'(x) = -2\sin(x)\cos(x)} \qquad \boxed{h'(x) = \frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\cos^2 x} = \frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \tan^2 x}$$

Exercice 1 : (*8 points*) **Un vaccin efficace !**

1.

	Souris ayant développé la maladie	Souris n'ayant pas développé la maladie	Total
Souris vaccinées	**130**	40	**170**
Souris non vaccinées	90	60	150
Total	**220**	100	**320**

a) Il y a $\boxed{\frac{100}{320} \approx 31\%}$ de souris n'ayant pas développé la maladie

b) Il y a $\boxed{\frac{150}{320} \approx 47\%}$ de souris non vaccinées

c) Il y a $\boxed{\frac{90}{150} \approx 60\%}$ de souris ayant développé la maladie, parmi celles qui n'ont pas été vaccinées

d) Il y a $\boxed{\frac{130}{170} \approx 76\%}$ de souris ayant développé la maladie, parmi celles qui ont été vaccinées.

2. Au vu des résultats ci-dessus, on peut penser que $\boxed{\text{le vaccin favorise le développement de la maladie}}$

3. Il y a 320 issues possibles, dont 220 favorables à l'événement A et 170 favorables à l'événement B. D'où

$$\boxed{p(A) = \frac{220}{320} \approx 0,69} \quad \text{et} \quad \boxed{p(B) = \frac{170}{320} \approx 0,53}$$

4. $A \cap B$: $\boxed{\text{« souris malade et vaccinée »}}$. 130 cas favorables d'où $\boxed{p(A \cap B) = \frac{130}{320} \approx 0,41}$

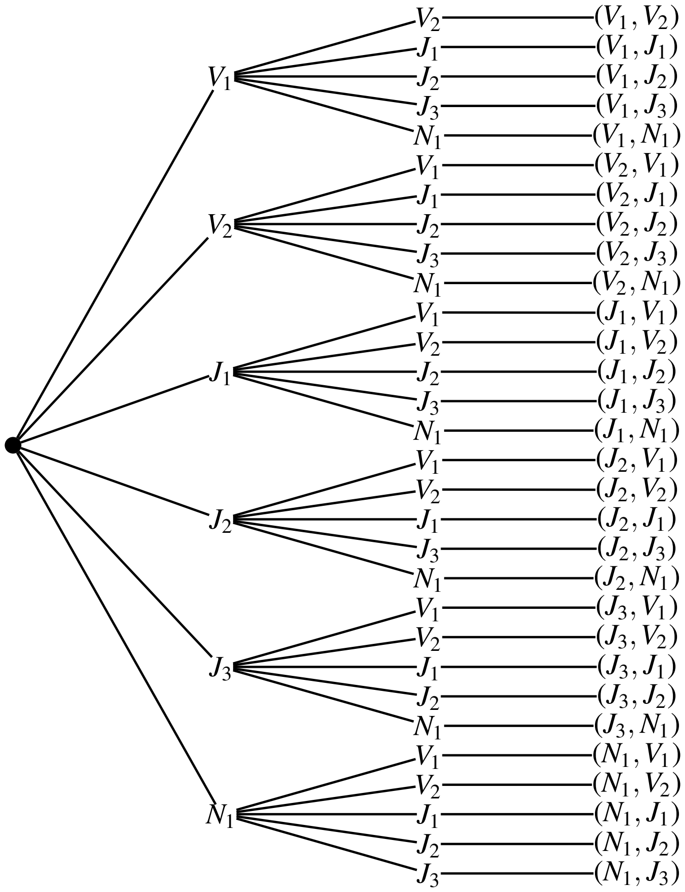
$A \cup B$: $\boxed{\text{« souris malade ou vaccinée »}}$. $320 - 60 = 260$ cas favorables d'où $\boxed{p(A \cup B) = \dfrac{260}{320} \approx 0,81}$

$A \cap \overline{B}$: $\boxed{\text{« souris malade et non vaccinée »}}$. 90 cas favorables d'où $\boxed{p(A \cap \overline{B}) = \dfrac{90}{320} \approx 0,28}$

$\overline{A} \cap \overline{B}$: $\boxed{\text{« souris non malade et non vaccinée »}}$. 60 cas favorables d'où $\boxed{p(\overline{A} \cap \overline{B}) = \dfrac{60}{320} \approx 0,19}$

Exercice 2 : (*5 points*) **Utilisation d'un arbre en probabilités**

1. L'arbre ci-dessous nous donne les $\boxed{6 \times 5 = 30 \text{ issues possibles}}$



2. Événement A : 8 issues favorables, donc $\boxed{p(A) = \dfrac{8}{30} = \dfrac{4}{15}}$.

   Événement B : 8 issues favorables, donc $\boxed{p(B) = \dfrac{8}{30} = \dfrac{4}{15}}$.

3. Comme les jetons sont tous distincts et que l'on procède à des tirages sans remise, on ne peut obtenir deux fois le même jeton. Il est donc impossible d'obtenir un tirage avec deux jetons ayant à la fois la même couleur et le même numéro. Autrement dit $\boxed{A \cap B = \emptyset}$

4. On a 16 cas favorables à $A \cup B$, donc $\boxed{p(A \cup B) = \dfrac{16}{30} = \dfrac{8}{15}}$.

   autre méthode : $p(A \cap B) = 0$ puisque $A \cap B = \emptyset$, or $P(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$, d'où $p(A \cup B) = \frac{4}{15} + \frac{4}{15} - 0$.
