Probabilités

Exercice 1 : Le Loto sportif

Au Loto sportif, le parieur doit remplir une grille où il indique les résultats qu'il prévoit pour treize futurs matchs de football. Pour chacun des treize futurs matchs, trois réponses sont possibles : l'équipe 1 est annoncée gagnante (réponse « 1 »), le résultat prévu est un match nul (réponse « N »), ou l'équipe 2 est annoncée comme gagnante (réponse « 2 »). Ces trois réponses recouvrent toutes les éventualités et, à l'issue du match, une et une seule se trouvera réalisée.

1. De combien de façon différentes peut-on remplir une grille de jeu ?

2. Parmi toutes ces grilles possibles, combien y-a-t-il de grilles pour lesquelles, à l'issue des matchs :

a) toutes les réponses sont exactes ?

b) toutes les réponses sont fausses ?

c) les trois premières réponses sont fausses, les dix autres étant exactes ?

d) trois réponses et trois réponses seulement sont fausses ?

Exercice 2 : L'épreuve de Q.C.M. au concours

Au concours d'entrée de l'école Louis Lumière (Paris), l'une des épreuves se déroule de la façon suivante : 10 questions sont posées et pour chacune d'entre elles le candidat a le choix entre trois réponses : *Vrai*, *Faux*, *Je ne sais pas*. Toute réponse juste donne 1 point, toute réponse fausse est sanctionnée et vaut -1 point. Il faut 7 points pour être reçu à cette épreuve.

Olivier est en train de passer ce concours. Arrivé à cette épreuve, il sait répondre à 5 questions sur les 10.

a) Donner les 4 stratégies différentes que peut adopter Olivier pour répondre aux 5 dernières questions.

b) Intuitivement, quelle est celle qui vous paraît la meilleure ? la pire ?

c) Étudier, suivant la stratégie adoptée, la probabilité qu'a Olivier d'être reçu à cette épreuve.

Comparer avec vos réponses du *b)*.

Exercice 3 : Un problème historique

Ce problème fût posé par le Grand Duc de Toscane au XVIème siècle. Celui-ci, grand amateur de jeux de hasard, avait remarqué qu'en lançant trois dés et en ajoutant les points obtenus, le total 10 revenait plus souvent que 9, alors que 9 et 10 se décomposent tous deux de 6 façons différentes ($9 = 6+2+1 = 5+3+1 = 5+2+2 = 4+4+1 = 4+3+2 = 3+3+3$; idem pour 10). Ce problème resta plusieurs dizaines d'années sans réponse, et c'est Galilée ($1564 - 1642$), mathématicien, physicien et astronome italien qui le résolut. Signalons que Cardan ($1501 - 1576$) n'avait pas su expliquer le phénomène alors qu'il fut le premier à publier une méthode de résolution des équations du troisième degré ! (méthode qui fût d'ailleurs à l'origine de la découverte des nombres « *imaginaires* » ou « *impossibles* » par Bombelli en 1572). Et vous, sauriez-vous expliquer ce phénomène ?

Probabilités

Exercice 1 : Le Loto sportif

Au Loto sportif, le parieur doit remplir une grille où il indique les résultats qu'il prévoit pour treize futurs matchs de football. Pour chacun des treize futurs matchs, trois réponses sont possibles : l'équipe 1 est annoncée gagnante (réponse « 1 »), le résultat prévu est un match nul (réponse « N »), ou l'équipe 2 est annoncée comme gagnante (réponse « 2 »). Ces trois réponses recouvrent toutes les éventualités et, à l'issue du match, une et une seule se trouvera réalisée.

1. De combien de façon différentes peut-on remplir une grille de jeu ?

2. Parmi toutes ces grilles possibles, combien y-a-t-il de grilles pour lesquelles, à l'issue des matchs :

a) toutes les réponses sont exactes ?

b) toutes les réponses sont fausses ?

c) les trois premières réponses sont fausses, les dix autres étant exactes ?

d) trois réponses et trois réponses seulement sont fausses ?

Exercice 2 : L'épreuve de Q.C.M. au concours

Au concours d'entrée de l'école Louis Lumière (Paris), l'une des épreuves se déroule de la façon suivante : 10 questions sont posées et pour chacune d'entre elles le candidat a le choix entre trois réponses : *Vrai*, *Faux*, *Je ne sais pas*. Toute réponse juste donne 1 point, toute réponse fausse est sanctionnée et vaut -1 point. Il faut 7 points pour être reçu à cette épreuve.

Olivier est en train de passer ce concours. Arrivé à cette épreuve, il sait répondre à 5 questions sur les 10.

a) Donner les 4 stratégies différentes que peut adopter Olivier pour répondre aux 5 dernières questions.

b) Intuitivement, quelle est celle qui vous paraît la meilleure ? la pire ?

c) Étudier, suivant la stratégie adoptée, la probabilité qu'a Olivier d'être reçu à cette épreuve.

Comparer avec vos réponses du *b)*.

Exercice 3 : Un problème historique

Ce problème fût posé par le Grand Duc de Toscane au XVIème siècle. Celui-ci, grand amateur de jeux de hasard, avait remarqué qu'en lançant trois dés et en ajoutant les points obtenus, le total 10 revenait plus souvent que 9, alors que 9 et 10 se décomposent tous deux de 6 façons différentes ($9 = 6+2+1 = 5+3+1 = 5+2+2 = 4+4+1 = 4+3+2 = 3+3+3$; idem pour 10). Ce problème resta plusieurs dizaines d'années sans réponse, et c'est Galilée ($1564 - 1642$), mathématicien, physicien et astronome italien qui le résolut. Signalons que Cardan ($1501 - 1576$) n'avait pas su expliquer le phénomène alors qu'il fut le premier à publier une méthode de résolution des équations du troisième degré ! (méthode qui fût d'ailleurs à l'origine de la découverte des nombres « *imaginaires* » ou « *impossibles* » par Bombelli en 1572). Et vous, sauriez-vous expliquer ce phénomène ?