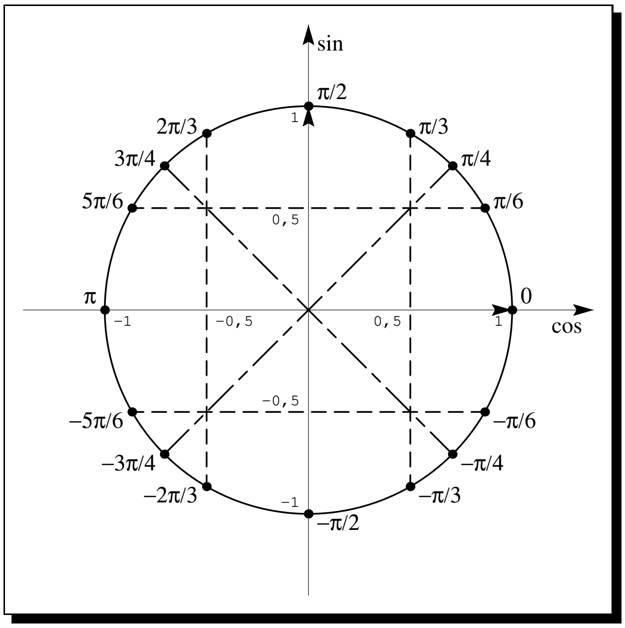
Forme trigonométrique d'un nombre complexe



x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1

Exercice 1 : De la forme trigonométrique à la forme algébrique

Déterminer les formes algébriques des nombres suivants :

$$a)\quad z_1 = \left[1, \frac{3\pi}{4}\right] \quad b)\quad z_2 = \left[1, \frac{7\pi}{3}\right] \quad c)\quad z_3 = \left[2, -\frac{\pi}{3}\right] \quad d)\quad z_4 = \left[1, -\frac{\pi}{2}\right] \quad e)\quad z_5 = \left[2, \frac{\pi}{4}\right]$$

Exercice 2 : De la forme trigonométrique à la forme algébrique

Déterminer les formes algébriques des nombres suivants :

$$a)\ z_1 = \left[1, \frac{9\pi}{4}\right] \qquad b)\ z_2 = \left[1, -\frac{8\pi}{3}\right] \qquad c)\ z_3 = \left[2, -\frac{11\pi}{3}\right] \qquad d)\ z_4 = \left[1, -\frac{5\pi}{2}\right] \qquad e)\ z_5 = \left[2, \frac{7\pi}{4}\right]$$

Exercice 3 : De la forme algébrique à la forme trigonométrique

Déterminer les formes trigonométriques des nombres suivants, puis représenter dans le plan complexe les points images A_1, A_2, A_3, A_4 et A_5 correspondant.

$a)\ z_1 = 1$ $\qquad b)\ z_2 = i$ $\qquad c)\ z_3 = 1 + i$ $\qquad d)\ z_4 = 1 - i$ $\qquad e)\ z_5 = 1 + i\sqrt{3}$

Exercice 4 : Racines cubiques de l'unité

On considère le nombre complexe

$$z = \frac{1}{2}(-1 + i\sqrt{3})$$

1. Déterminer les formes algébriques de z^2 et z^3.
2. Calculer $1 + z + z^2$.
3. Déterminer les formes trigonométriques de z, z^2 et z^3.
4. Placer dans un repère orthonormal les points d'affixes z, z^2 et z^3 (faire une construction exacte).

Remarque – Ce nombre z est particulier. En mathématique, on a l'habitude de le noter j, et on dit que c'est une *racine cubique primitive de l'unité.*