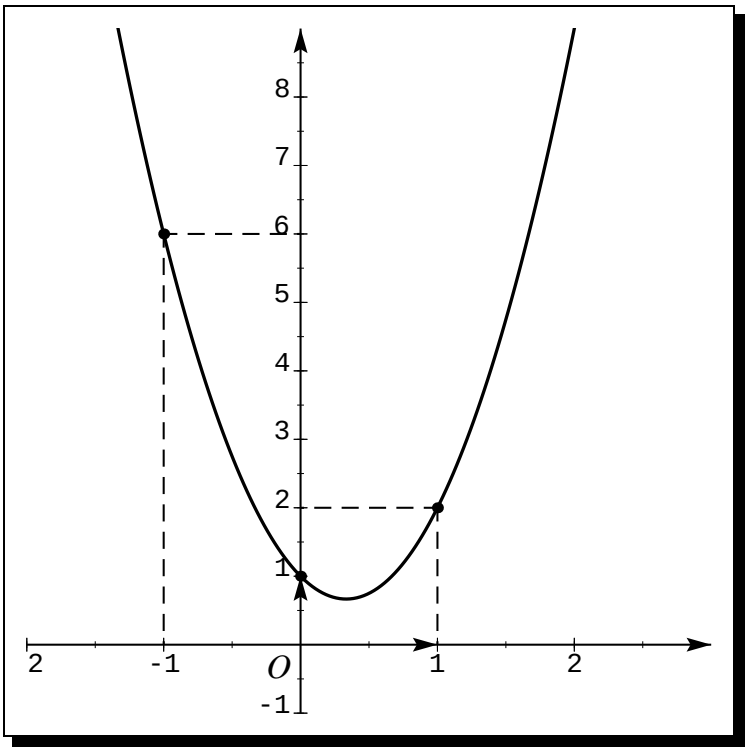
Problème du second degré en analyse

Exercice : Coefficients indéterminés, intersection et positions relatives de deux courbes

La courbe C_f ci-dessous est la courbe représentative d'une fonction polynôme f du second degré, c'est à dire d'une fonction f du type $f(x) = ax^2 + bx + c$.



1. *a*) Lire sur le graphique les valeurs de $f(-1)$, $f(0)$ et $f(1)$.

b) En déduire les valeurs de a, b et c.

2. Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = -2x + 4$. Tracer C_g, la courbe représentative de la fonction g, sur la figure ci-dessus.

3. *a*) Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = g(x)$.

b) Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \leqslant g(x)$.

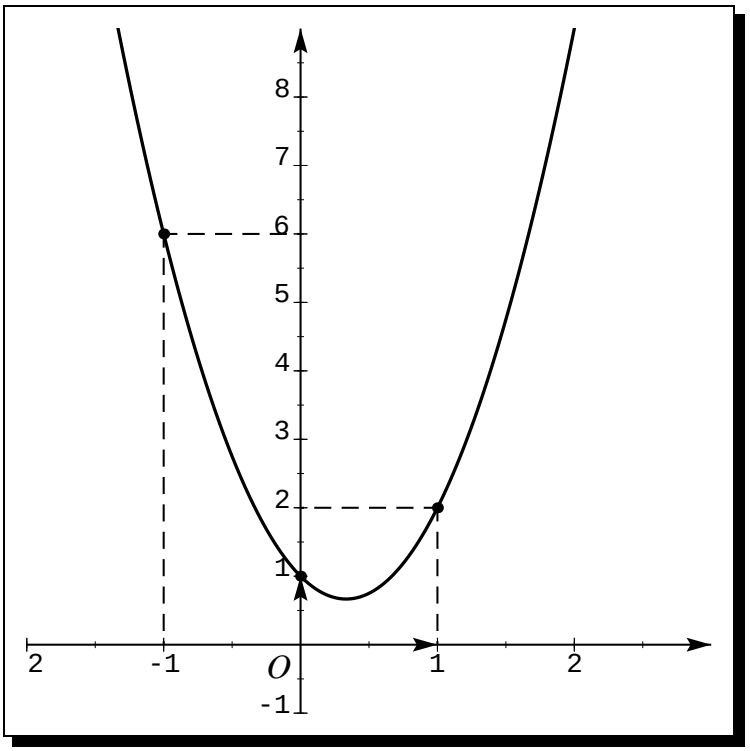
4. *a*) Déterminer, par le calcul, le ou les points d'intersection des courbes C_f et C_g.

b) Étudier, par le calcul, les positions relatives des courbes C_f et C_g. (Autrement dit, déterminer par le calcul la réponse à la question « Quand la courbe C_f est-elle au-dessus de C_g, et quand est-elle en dessous ? »)

Problème du second degré en analyse

Exercice : Coefficients indéterminés, intersection et positions relatives de deux courbes

La courbe C_f ci-dessous est la courbe représentative d'une fonction polynôme f du second degré, c'est à dire d'une fonction f du type $f(x) = ax^2 + bx + c$.



1. *a*) Lire sur le graphique les valeurs de $f(-1)$, $f(0)$ et $f(1)$.

b) En déduire les valeurs de a, b et c.

2. Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = -2x + 4$. Tracer C_g, la courbe représentative de la fonction g, sur la figure ci-dessus.

3. *a*) Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = g(x)$.

b) Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \leqslant g(x)$.

4. *a*) Déterminer, par le calcul, le ou les points d'intersection des courbes C_f et C_g.

b) Étudier, par le calcul, les positions relatives des courbes C_f et C_g. (Autrement dit, déterminer par le calcul la réponse à la question « Quand la courbe C_f est-elle au-dessus de C_g, et quand est-elle en dessous ? »)