

Devoir surveillé n° 5

durée : 45 mn

Exercice : Étude d'une fonction rationnelle. (d'après Bac F₁, 1991)

On considère f , la fonction numérique de la variable réelle x définie sur l'intervalle $]2, +\infty[$ par

$$f(x) = x + 2 + \frac{4}{x-2}.$$

Soit C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormal d'unité 1 cm (ou 1 grand carreau).

1. Étudier la limite de f en $+\infty$.
2. a) Montrer que la courbe C_f admet la droite Δ d'équation $y = x + 2$ pour asymptote.
b) Étudier la position de C_f par rapport à Δ .
3. a) Étudier la limite de f en 2.
b) En déduire l'équation d'une asymptote à la courbe C_f .
4. a) Calculer la dérivée f' de f et montrer qu'elle peut s'écrire sous la forme

$$f'(x) = \frac{x^2 - 4x}{(x-2)^2}$$

- b) Étudier le signe de $f'(x)$ pour x appartenant à l'intervalle $]2, +\infty[$. En déduire le tableau de variations de la fonction f .
5. Représenter la courbe C_f dans le repère donné.
6. Déterminer une équation de T , la tangente à la courbe C_f au point d'abscisse 3.

Devoir surveillé n° 5

durée : 45 mn

Exercice : Étude d'une fonction rationnelle. (d'après Bac F₁, 1991)

On considère f , la fonction numérique de la variable réelle x définie sur l'intervalle $]2, +\infty[$ par

$$f(x) = x + 2 + \frac{4}{x-2}.$$

Soit C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormal d'unité 1 cm (ou 1 grand carreau).

1. Étudier la limite de f en $+\infty$.
2. a) Montrer que la courbe C_f admet la droite Δ d'équation $y = x + 2$ pour asymptote.
b) Étudier la position de C_f par rapport à Δ .
3. a) Étudier la limite de f en 2.
b) En déduire l'équation d'une asymptote à la courbe C_f .
4. a) Calculer la dérivée f' de f et montrer qu'elle peut s'écrire sous la forme

$$f'(x) = \frac{x^2 - 4x}{(x-2)^2}$$

- b) Étudier le signe de $f'(x)$ pour x appartenant à l'intervalle $]2, +\infty[$. En déduire le tableau de variations de la fonction f .
5. Représenter la courbe C_f dans le repère donné.
6. Déterminer une équation de T , la tangente à la courbe C_f au point d'abscisse 3.