– Partie B – Loi binomiale –

On note E l'événement : *une rondelle prélevée au hasard dans un stock important a un diamètre défectueux*.

On supppose que $p(E) = 0,02$.

On prélève au hasard quatre rondelles dans le stock pour vérification de leur diamètre. Le stock est assez important pour que l'on puisse assimiler ce prélèvement à un tirage avec remise de quatre rondelles.

On considère la variable aléatoire Y_1 qui à tout prélèvement de quatre rondelles associe le nombre de rondelles de ce prélèvement ayant un diamètre défectueux.

1. Justifier que la variable aléatoire Y_1 suit une loi binomiale dont on déterminera les paramètres.
2. Calculer la probabilité que, dans un tel prélèvement, aucune rondelle n'ait un diamètre défectueux. Arrondir à 10^{-3}.
3. Calculer la probabilité que, dans un tel prélèvement, au plus une rondelle ait un diamètre défectueux. Arrondir à 10^{-3}.

– Partie C – Approximation d'une loi binomiale par une loi normale –

Les rondelles sont commercialisées par lot de 1 000.

On prélève au hasard un lot de 1 000 dans un dépôt de l'usine. On assimile ce prélèvement à un tirage avec remise de 1 000 rondelles.

On considère la variable aléatoire Y_2 qui, à tout prélèvement de 1 000 rondelles, associe le nombre de rondelles non conformes parmi ces 1 000 rondelles.

On admet que la variable aléatoire Y_2 suit la loi binomiale de paramètres $n = 1\,000$ et $p = 0,02$.

On décide d'approcher la loi de la variable aléatoire Y_2 par la loi normale de moyenne 20 et d'écart type $4,43$.

On note Z une variable aléatoire suivant la loi normale de moyenne 20 et d'écart type $4,43$.

1. Justifier les paramètres de cette loi normale.
2. Calculer la probabilité qu'il y ait au plus 15 rondelles non conformes dans le lot de 1 000 rondelles, c'est à dire calculer $p(Z \leqslant 15,5)$.

– Partie D – Test d'hypothèse –

On se propose de construire un test d'hypothèse pour contrôler la moyenne μ de l'ensemble des diamètres, en millimètres, de rondelles constituant une livraison à effectuer.

On note X_2 la variable aléatoire qui, à chaque rondelle prélevée au hasard dans la livraison, associe son diamètre.

La variable aléatoire X_2 suit la loi normale de moyenne inconnue μ et d'écart type $\sigma = 0,17$.

On désigne par $\overline{X_2}$ la variable aléatoire qui, à chaque échantillon aléatoire de 100 rondelles prélevé dans la livraison, associe la moyenne des diamètres de ces rondelles (la livraison est assez importatne pour que l'on puisse assimiler ces prélèvements à des tirages avec remise).

L'hypothèse nulle est $H_0 : \mu = 90$. Dans ce cas la livraison est dite conforme pour le diamètre.

L'hypothèse alternative est $H_1 : \mu \neq 90$.

Le seuil de signification du test est fixé à $0,05$.

1. Énoncer la règle de décision permettant d'utiliser ce test en admettant, sous l'hypothèse nulle H_0, le résultat suivant qui n'a pas à être démontré :

$$p(89,967 \leqslant \overline{X_2} \leqslant 90,033) = 0,95.$$

2. On prélève un échantillon de 100 rondelles dans la livraison et on observe que, pour cet échantillon, la moyenne des diamètres est $\overline{x} = 90,02$.

   Peut-on, au seuil de 5%, conclure que la livraison est conforme pour le diamètre ?

– Partie B – Loi binomiale –

On note E l'événement : *une rondelle prélevée au hasard dans un stock important a un diamètre défectueux*.

On supppose que $p(E) = 0,02$.

On prélève au hasard quatre rondelles dans le stock pour vérification de leur diamètre. Le stock est assez important pour que l'on puisse assimiler ce prélèvement à un tirage avec remise de quatre rondelles.

On considère la variable aléatoire Y_1 qui à tout prélèvement de quatre rondelles associe le nombre de rondelles de ce prélèvement ayant un diamètre défectueux.

1. Justifier que la variable aléatoire Y_1 suit une loi binomiale dont on déterminera les paramètres.
2. Calculer la probabilité que, dans un tel prélèvement, aucune rondelle n'ait un diamètre défectueux. Arrondir à 10^{-3}.
3. Calculer la probabilité que, dans un tel prélèvement, au plus une rondelle ait un diamètre défectueux. Arrondir à 10^{-3}.

– Partie C – Approximation d'une loi binomiale par une loi normale –

Les rondelles sont commercialisées par lot de 1 000.

On prélève au hasard un lot de 1 000 dans un dépôt de l'usine. On assimile ce prélèvement à un tirage avec remise de 1 000 rondelles.

On considère la variable aléatoire Y_2 qui, à tout prélèvement de 1 000 rondelles, associe le nombre de rondelles non conformes parmi ces 1 000 rondelles.

On admet que la variable aléatoire Y_2 suit la loi binomiale de paramètres $n = 1\,000$ et $p = 0,02$.

On décide d'approcher la loi de la variable aléatoire Y_2 par la loi normale de moyenne 20 et d'écart type $4,43$.

On note Z une variable aléatoire suivant la loi normale de moyenne 20 et d'écart type $4,43$.

1. Justifier les paramètres de cette loi normale.
2. Calculer la probabilité qu'il y ait au plus 15 rondelles non conformes dans le lot de 1 000 rondelles, c'est à dire calculer $p(Z \leqslant 15,5)$.

– Partie D – Test d'hypothèse –

On se propose de construire un test d'hypothèse pour contrôler la moyenne μ de l'ensemble des diamètres, en millimètres, de rondelles constituant une livraison à effectuer.

On note X_2 la variable aléatoire qui, à chaque rondelle prélevée au hasard dans la livraison, associe son diamètre.

La variable aléatoire X_2 suit la loi normale de moyenne inconnue μ et d'écart type $\sigma = 0,17$.

On désigne par $\overline{X_2}$ la variable aléatoire qui, à chaque échantillon aléatoire de 100 rondelles prélevé dans la livraison, associe la moyenne des diamètres de ces rondelles (la livraison est assez importatne pour que l'on puisse assimiler ces prélèvements à des tirages avec remise).

L'hypothèse nulle est $H_0 : \mu = 90$. Dans ce cas la livraison est dite conforme pour le diamètre.

L'hypothèse alternative est $H_1 : \mu \neq 90$.

Le seuil de signification du test est fixé à $0,05$.

1. Énoncer la règle de décision permettant d'utiliser ce test en admettant, sous l'hypothèse nulle H_0, le résultat suivant qui n'a pas à être démontré :

$$p(89,967 \leqslant \overline{X_2} \leqslant 90,033) = 0,95.$$

2. On prélève un échantillon de 100 rondelles dans la livraison et on observe que, pour cet échantillon, la moyenne des diamètres est $\overline{x} = 90,02$.

   Peut-on, au seuil de 5%, conclure que la livraison est conforme pour le diamètre ?