Corrigé du devoir surveillé n° 3

Exercice 1 : Pièces métalliques et contrôle de qualité, bts mai**,** *juin 2001*

A **1.** Dans l'expérience considérée, les 10 tirages sont **indépendants**. De plus, l'expérience ne comporte que **2 issues possibles** (conforme ou non). On en conclu que $\boxed{X \text{ suit la loi } \mathcal{B}(10; 0,9)}$.

2. Il vient alors

$$\begin{aligned} p(X \geqslant 8) &= p(X = 8) + p(X = 9) + p(X = 10) \\ &= C_{10}^{8}(0,9)^8(0,1)^2 + C_{10}^{9}(0,9)^9(0,1) + C_{10}^{10}(0,9)^{10} \\ &\approx 0,194 + 0,387 + 0,349 \qquad \text{soit} \qquad \boxed{p(X \geqslant 8) \approx 0,930} \end{aligned}$$

Le calcul des C_n^p ayant donné

$$C_{10}^{8} = \frac{10 \times 9 \times \cdots \times 4 \times 3}{8 \times 7 \times \cdots \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = \frac{10 \times 9}{2} = 45 \qquad C_{10}^{9} = \frac{10 \times 9 \times \cdots \times 3 \times 2}{9 \times 8 \times \cdots \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 10$$

B **1.** Si M suit la loi normale $\mathcal{N}(250; 1,94)$, alors la variable T_1 définie par $T_1 = \dfrac{M - 250}{1,94}$ suit la loi normale centrée réduite $\mathcal{N}(0; 1)$. Il vient donc

$$\begin{aligned} p(246 \leqslant M \leqslant 254) &= p\left(\frac{246 - 250}{1,94} \leqslant \frac{M - 250}{1,94} \leqslant \frac{250 - 254}{1,94}\right) \\ &= p\left(\frac{-4}{1,94} \leqslant T_1 \leqslant \frac{4}{1,94}\right) = 2\Pi\left(\frac{4}{1,94}\right) - 1 \\ &\approx 2\Pi(1,062) - 1 \approx 0,960\,6 \qquad \text{d'où} \qquad \boxed{p(246 \leqslant M \leqslant 254) \approx 0,961} \end{aligned}$$

2. Si N suit la loi normale $\mathcal{N}(150; 1,52)$, alors la variable T_2 définie par $T_2 = \dfrac{N - 150}{1,52}$ suit la loi normale centrée réduite $\mathcal{N}(0; 1)$. Il vient donc

$$\begin{aligned} p(147 \leqslant N \leqslant 153) &= p\left(\frac{147 - 150}{1,52} \leqslant \frac{N - 150}{1,52} \leqslant \frac{153 - 254}{1,52}\right) \\ &= p\left(\frac{-3}{1,52} \leqslant T_2 \leqslant \frac{3}{1,52}\right) = 2\Pi\left(\frac{3}{1,52}\right) - 1 \\ &\approx 2\Pi(1,974) - 1 \approx 0,951\,2 \qquad \text{d'où} \qquad \boxed{p(147 \leqslant N \leqslant 253) \approx 0,951} \end{aligned}$$

3. Désignons respectivement par E_1 et E_2 les événements :

E_1 : « *la longueur est comprise entre* 246 *et* 254 » ;

E_2 : « *la largeur est comprise entre* 147 *et* 153 ».

Les variables M et N étant indépendantes, les événements E_1 et E_2 le sont également. On en déduit donc la probabilité cherchée :

$$p(E_1 \cap E_2) = p(E_1) \times p(E_2) = 0,961 \times 0,951 \qquad \text{soit} \qquad \boxed{p(E_1 \cap E_2) \approx 0,914}.$$

C **1.** Étant donné que $B = \overline{A}$, la lecture directe des hypothèses donne immédiatement

$$\boxed{p(A) = 0,6} \qquad \boxed{p(B) = 0,4} \qquad \boxed{p(C|_A) = 0,914} \qquad \boxed{p(C|_B) = 0,879}$$

2. Il vient alors

$$p(C \cap A) = p(A) \times p(C|A) = 0,6 \times 0,914 \qquad \text{soit} \qquad \boxed{p(C \cap A) \approx 0,548}$$

et, de la même façon,

$$p(C \cap B) = p(B) \times p(C|B) = 0,4 \times 0,879 \qquad \text{soit} \qquad \boxed{p(C \cap B) \approx 0,352}$$

3. On admet que $C = (C \cap A) \cup (C \cap B)$. En remarquant que les ensembles $C \cap A$ et $C \cap B$ sont disjoints puisque $A \cap B = \emptyset$, il vient

$$p(C) = p(C \cap A) + p(C \cap B) = 0,548 + 0,352 \qquad \text{soit} \qquad \boxed{p(C) = 0,9}.$$