# Devoir surveillé nº 12

durée : 1h

**Exercice 1 :** (*4, 5 points*) **Inéquation rationnelle**

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation
$$\frac{x+4}{x+1} = \frac{4}{x}.$$
2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation
$$\frac{x+4}{x+1} \leqslant \frac{4}{x}.$$

**Exercice 2 :** (*1, 5 points*) **Inéquation et valeur absolue**

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $|x+4| \leqslant 5$.

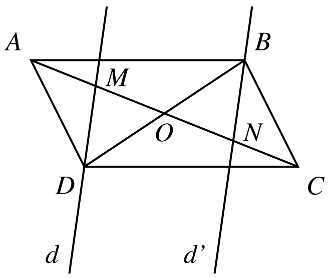
**Exercice 3 :** (*10 points*) **Transformations usuelles**

Dans le plan rapporté à un repère orthonormal $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$, on considère les points
$$A(-4;0) \qquad \text{et} \qquad B(-2;2),$$
et on nomme $d$ la droite$(AB)$.

1. On considère $t$, la translation de vecteur $\vec{u}\binom{1}{-1}$, et on nomme $d_1$ l'image de la droite $d$ par cette translation.
   a) Sur un graphique, représenter la droite $d$ et son image $d_1$.
   b) Déterminer, par le calcul, l'image $A_1$ du point $A$ par cette translation.
   c) Déterminer, par le calcul, l'image $B_1$ du point $B$ par cette translation.
   d) En déduire une équation de $d_1$.
2. On considère $s$, la symétrie centrale de centre $O$, et on nomme $d_2$ l'image de la droite $d$ par cette symétrie.
   a) Représenter $d_2$ sur le graphique précédent.
   b) Déterminer, par le calcul, une équation de $d_2$.
3. On considère $\mathcal{S}$, la symétrie axiale d'axe la droite d'équation $y = -1$, et on nomme $d_3$ l'image de la droite $d$ par cette symétrie.
   a) Représenter $d_3$ sur le graphique précédent.
   b) Lire sur le graphique une équation de $d_3$ (aucune justification n'est demandée).
4. On considère $r$, la rotation de centre $O$ et d'angle $\pi/2$, et on nomme $d_4$ l'image de la droite $d$ par cette rotation.
   Représenter $d_4$ sur le graphique précédent.

**Exercice 4 :** (*4 points*) **Démontrer avec une symétrie centrale**

On considère $ABCD$, un parallélogramme de centre $O$. On note $d$ une droite passant par $D$ qui coupe le segment $[AC]$ en $M$ et on appelle $d'$ la parallèle à $d$ passant par $B$ qui coupe le segment $[AC]$ en $N$.




1. Démontrer que $d'$ est l'image de $d$ par la symétrie $s$ de centre $O$.
2. Démonter que $O$ est le milieu de $[MN]$.