NOM :

Devoir surveillé n° 11

durée : 2h

Exercice 1 : Algèbre : équations diverses

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $\dfrac{2-x}{3x-2} \geqslant 0$.
2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $|x+3| = 4$.
3. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $|x-2| < 5$.
4. On sait que

$$\cos x = \frac{4}{5} \qquad \text{avec} \qquad x \in \left[-\frac{\pi}{2}; 0\right].$$

Calculer la valeur exacte de $\sin x$.

Exercice 2 : Étude d'une fonction polynome – Équation, inéquation

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

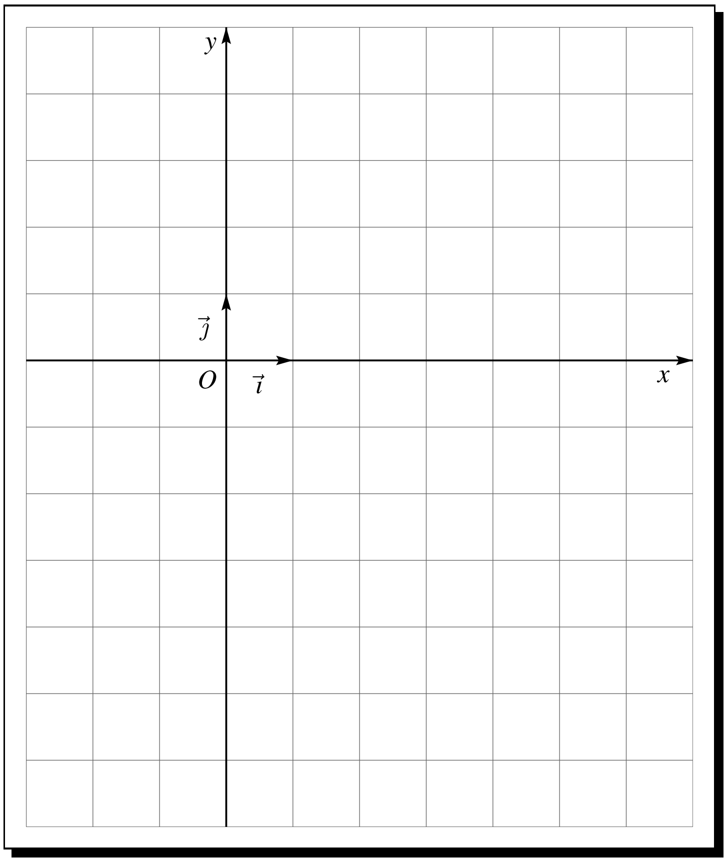
$$f(x) = -x^2 + 4x - 1.$$

1. Montrer que, pour tout réel x, $f(x) = -(x-2)^2 + 3$.
2. *a*) Démontrer que la fonction f est croissante sur $]-\infty; 2]$.
   On admet que f est décroissante sur $[2; +\infty[$.
   b) Dresser le tableau de variation de f.
   c) Recopier et compléter le tableau de valeurs ci-dessous

x	-1	0	1	2	3	4	5
$f(x)$							

   d) Tracer la courbe représentative de la fonction f sur l'intervalle $[-1; 5]$ (sur le repère ci-dessous).
3. Résoudre algébriquement

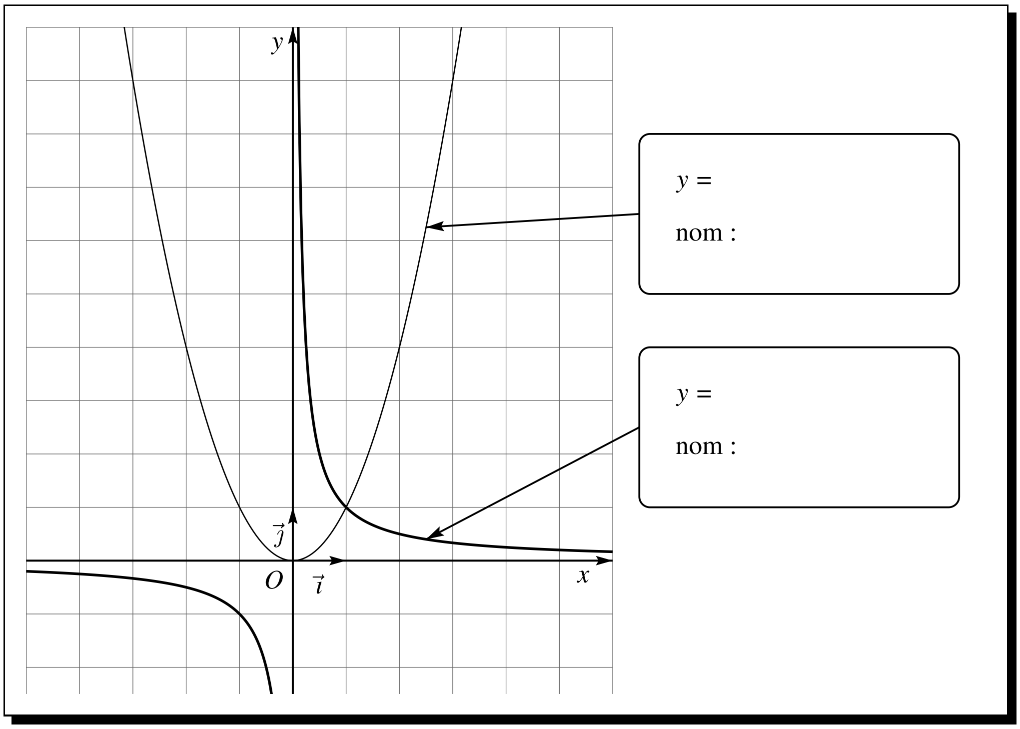
$$a) \quad f(x) = -1 \qquad\qquad b) \quad f(x) \geqslant 2.$$



Exercice 3 : Fonctions de références, encadrements

On a représenté ci-dessous les courbes représentatives des fonctions f et g repsectivement définies par

$$f(x) = x^2 \qquad \text{et} \qquad g(x) = \frac{1}{x}.$$



1. Sur le graphique ci-dessus :

a) Compléter les cadres donnant l'équation et le nom de chacune des 2 courbes.

b) Représenter sur le même graphique la fonction h définie par :

$$h(x) = -x + 2.$$

2. Résoudre graphiquement les inéquations suivantes :

$$a)\quad \frac{1}{x} \leqslant x^2 \qquad\qquad b)\quad x^2 \geqslant -x + 2.$$

3. Compléter :

- si $-2 \leqslant x \leqslant 6$ alors $\ldots\ldots \leqslant x^2 \leqslant \ldots\ldots$
- si $-4 \leqslant x \leqslant -2$ alors $\ldots\ldots \leqslant \dfrac{1}{x} \leqslant \ldots\ldots$
- si $-1 \leqslant x \leqslant 3$ alors $\ldots\ldots \leqslant -x + 2 \leqslant \ldots\ldots$
- si $-1 \leqslant x \leqslant 1$ alors $\ldots\ldots \leqslant \dfrac{1}{-x+2} \leqslant \ldots\ldots$

Exercice 4 : Données manquantes, calcul de médiane

1. Soit x et y deux réels. Résoudre le système

$$\begin{cases} x + y = 50 \\ 2x + 3y = 123 \end{cases}$$

2. Un test comporte 5 questions valant chacune 1 point. On dispose d'un tableau donnant les résultats des candidats. Les effectifs qui correspondent aux notes 2 et 3 manquent et sont notées a et b.

note	0	1	2	3	4	5
effectif	5	19	a	b	17	9

On sait que l'effectif total est 100 et que la moyenne des notes est $2,55$.

a) Calculer les entiers a et b.

b) Quelle est la médiane de cette série statistique ?

Exercice 5 : Petit problème de géométrie analytique

Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$, on considère les points

$$A(4;0), \qquad B(4;4) \qquad C(0;4) \qquad F(-2;2) \qquad G(-2;-2).$$

itemnum Faire une figure que l'on complètera au fur et à mesure.

1. *a*) Déterminer les coordonnées du point H tel que $AFCH$ soit un parallélogramme.
   b) Déterminer les coordonnées du centre I de ce parallélogramme.
2. *a*) Les droites (AG) et (FB) sont-elles parallèles ?
   b) M est un point d'abscisse 6. Déterminer son ordonnée pour que les droites (AM) et (FB) soient parallèles.
3. Déterminer une équation de la droite (AF).
4. Calculer les coordonnées du point d'intersection de (AF) et (CG).
5. Déterminer une équation de la parallèle à (AF) passant par C.