NOM : 2L 28 janvier 2004

Devoir surveillé n° 8

durée : 2h

Exercice 1 : (*3 points*) **Démontrer avec des vecteurs**

On considère un triangle ABC.

1. Construire les points E et F définis par

$$\overrightarrow{AE} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{AB} \qquad \text{et} \qquad \overrightarrow{AF} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}.$$

2. Exprimer $\overrightarrow{EF}$ en fonction de $\overrightarrow{BC}$.
3. En déduire que les droites (EF) et BC sont parallèles.

Exercice 2 : (*3 points*) **Repère, constructions, coordonnées**

Dans le plan muni d'un repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$, on donne les points

$$A(-1;1), \qquad B(4;1) \qquad \text{et} \qquad C(2;-1).$$

1. Placer les points A, B et C.
2. Placer les points M, N et P définis par :

$$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{AC} \qquad \overrightarrow{BN} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AC} \qquad \text{et} \qquad \overrightarrow{BP} = \frac{3}{2}\overrightarrow{BC} - \frac{3}{5}\overrightarrow{BA}.$$

3. Calculer les coordonnées des points M, N et P.

Exercice 3 : (*4 points*) **Démontrer avec des vecteurs (milieu et parallélogramme)**

On considère un triangle BOA, et on note D et C les points tels que

$$\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} \qquad \text{et} \qquad \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \vec{0}.$$

1. Faire un dessin.
2. Montrer que O est le milieu de $[CD]$.
3. Les points E et F sont tels que

$$\overrightarrow{OE} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} \qquad \text{et} \qquad \overrightarrow{OF} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}.$$

   a) Placer les points E et F sur le dessin.

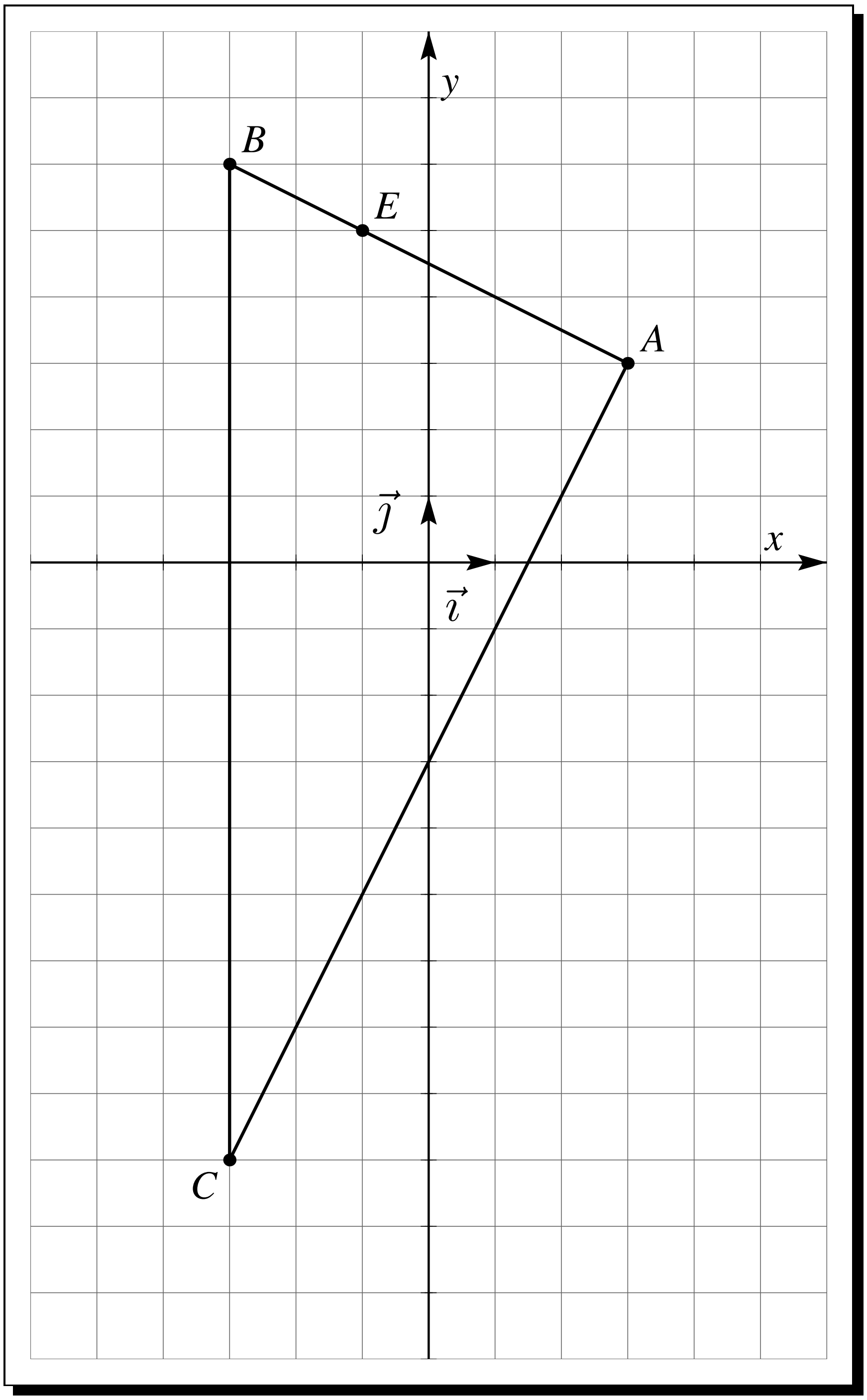
   b) Montrer que $ABFE$ est un parallélogramme.

Exercice 4 : (*10 points*) **Un petit problème en géométrie analytique**

Dans un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ d'unité 1 cm, on donne les points : $A(3;3)$, $B(-3;6)$ et $C(-3;-9)$.

1. Démontrer que ABC est un triangle rectangle. Calculer son aire.
2. Calculer les coordonnées du point D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme.
3. Soit $E(-1;5)$. Démontrer que les points A, B et E sont alignés.
4. *a*) Construire sur le dessin ci-dessous la droite Δ passant par le point $F(0;1)$ et ayant $-1/2$ comme coefficient directeur. Déterminer l'équation réduite de Δ.

   b) Déterminer une équation de la droite (AC).



5. On considère les droites d_1 et d_2 d'équations respectives

$$d_1 \ : x + 3 + 2y = 0 \qquad \text{et} \qquad d_2 \ : y = x + 3.$$

a) Représenter ces deux droites dans le repère ci-dessus.

b) Montrer que le point $G(-3; 0)$ appartient à d_1 et à d_2.

6. Déterminer les coordonnées du point M défini par

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MF} = \overrightarrow{FE}$$

Représenter le point M.

7. *a*) Déterminer les coordonnées du point de d_1 d'abscisse 1.

b) Déterminer les coordonnées du point de d_2 d'ordonnée 2.