Encadrements – Études de variations

Exercice 1 : Encadrements, images d'intervalles

En utilisant la courbe de la fonction de référence $x \mapsto 1/x$ (la fonction « inverse »), préciser dans chacun des cas suivant l'intervalle décrit par $1/x$ lorsque x décrit l'intervalle I.

a) $I =]0; 1]$ b) $I = \left[\frac{1}{2}; 2\right]$ c) $I = [-1; 0[\cup]0; 3]$

Exercice 2 : Encadrements, images d'intervalles

En utilisant la courbe de la fonction de référence $x \mapsto 1/x$ (la fonction « inverse »), préciser dans chacun des cas suivant l'intervalle décrit par $1/x$ lorsque x décrit l'intervalle I.

a) $I = [1; +\infty[$ b) $I =]-\infty; -1[$ c) $I = \left[-\sqrt{3}; 0\right[\cup \left]0; \sqrt{2}\right]$

Exercice 3 : Encadrements

Soit a un nombre réel vérifiant $2 \leqslant a \leqslant 5$

Déterminer un encadrement de :

1. $(a+1)^2 - 3$, **2**. $2\left(a - \frac{1}{2}\right)^2 - 1$, **3**. $\frac{1}{a} - 2$ **4**. $\frac{1}{(a+1)^2} - 2$

Exercice 4 : Démontrer un sens de variation

Étudier le sens de variation de la fonction f définie sur $[0; +\infty[$ par

$$f(x) = -x^2 + 2.$$

Exercice 5 : Démontrer un sens de variation

Démontrer que la fonction f définie par

$$f\ : x \mapsto x^2 + 3x$$

est strictement croissante sur $[0; +\infty[$.

Exercice 6 : Maximum et sens de variation pour une fonction polynôme de degré 2

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = -x^2 + 4x - 1.$$

1. Montrer que $f(x)$ peut également s'écrire

$$f(x) = -(2 - x)^2 + 3.$$

2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $-x^2 + 4x - 1 = 3$.

3. Montrer que 3 est le maximum de la fonction f.

4. Montrer que la fonction f est décroissante pour $x \in [2; +\infty[$