

# Produit scalaire et projections

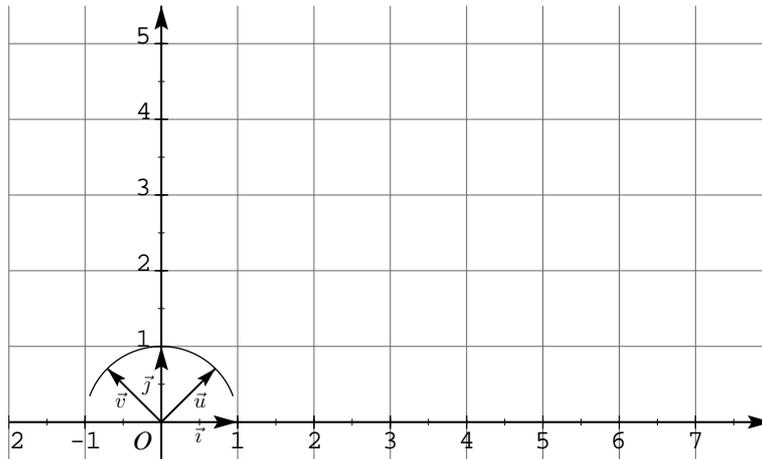
## Exercice : Changement de base

Le plan est muni d'un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  d'unité 1 cm.

On considère les points  $A(3, 3)$  et  $B(7, 1)$  et les vecteurs

$$\vec{u} \left( \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2} \right) \quad \text{et} \quad \vec{v} \left( -\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$$

Le but de cet exercice est de déterminer les coordonnées du vecteur  $\overrightarrow{AB}$  dans la base  $(O, \vec{u}, \vec{v})$ .



1. Représenter les points  $A$  et  $B$  sur le graphique ci-dessus.
2. a) Calculer les deux nombres
 
$$a = \overrightarrow{AB} \cdot \vec{i} \quad \text{et} \quad b = \overrightarrow{AB} \cdot \vec{j}$$
 b) Que dire du vecteur  $a\vec{i} + b\vec{j}$  ?
3. Vérifier que la famille  $(\vec{u}, \vec{v})$  est une base orthonormale du plan. Autrement dit, vérifier que les vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont bien orthogonaux, et de norme 1.
4. a) Calculer les deux nombres
 
$$\alpha = \overrightarrow{AB} \cdot \vec{u} \quad \text{et} \quad \beta = \overrightarrow{AB} \cdot \vec{v}$$
 b) Déterminer les coordonnées du vecteur  $\alpha\vec{u} + \beta\vec{v}$ . Remarque ?  
 c) Tracer sur le dessin les vecteur  $\alpha\vec{u}$  et  $\beta\vec{v}$ .

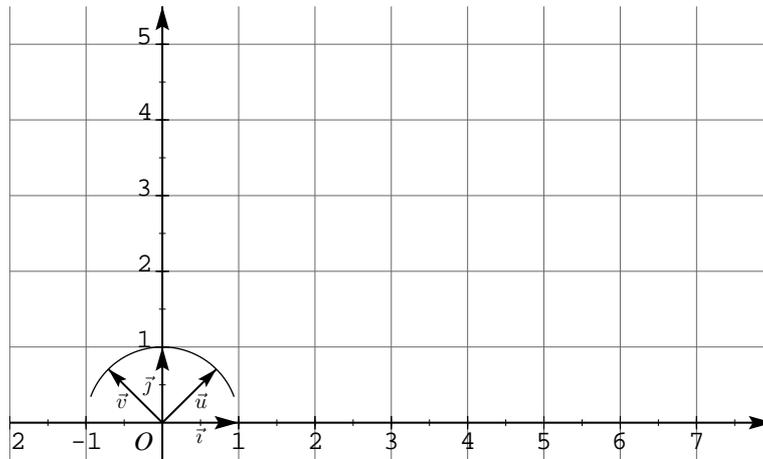
**Exercice : Changement de base**

Le plan est muni d'un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  d'unité 1 cm.

On considère les points  $A(3, 3)$  et  $B(7, 1)$  et les vecteurs

$$\vec{u} \left( \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2} \right) \quad \text{et} \quad \vec{v} \left( -\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$$

Le but de cet exercice est de déterminer les coordonnées du vecteur  $\overrightarrow{AB}$  dans la base  $(O, \vec{u}, \vec{v})$ .



1. Représenter les points  $A$  et  $B$  sur le graphique ci-dessus.
2. a) Calculer les deux nombres
 
$$a = \overrightarrow{AB} \cdot \vec{i} \quad \text{et} \quad b = \overrightarrow{AB} \cdot \vec{j}$$
 b) Que dire du vecteur  $a\vec{i} + b\vec{j}$  ?
3. Vérifier que la famille  $(\vec{u}, \vec{v})$  est une base orthonormale du plan. Autrement dit, vérifier que les vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont bien orthogonaux, et de norme 1.
4. a) Calculer les deux nombres
 
$$\alpha = \overrightarrow{AB} \cdot \vec{u} \quad \text{et} \quad \beta = \overrightarrow{AB} \cdot \vec{v}$$
 b) Déterminer les coordonnées du vecteur  $\alpha\vec{u} + \beta\vec{v}$ . Remarque ?  
 c) Tracer sur le dessin les vecteur  $\alpha\vec{u}$  et  $\beta\vec{v}$ .