

# Produit scalaire

## Exercice 1 : Calcul d'angle

Soit les vecteurs  $\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$  et  $\vec{v} \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$  dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

1. Faire une figure.
2. Calculer  $\vec{u} \cdot \vec{v}$ .
3. Calculer  $\|\vec{u}\|$  et  $\|\vec{v}\|$ .
4. En déduire la valeur exacte de  $\cos(\vec{u}, \vec{v})$  et les deux valeurs possibles pour l'angle  $(\vec{u}, \vec{v})$ .
5. En vous servant du dessin, déterminer laquelle de ces deux valeurs est la bonne.

## Exercice 2 : Orthogonalité de deux vecteurs

Soit  $a$  un nombre réel. On donne les points  $A(a, 1)$ ,  $B(2, 3)$  et  $C(0, -1)$ . Déterminer  $a$  pour que le triangle  $ABC$  soit rectangle en  $B$ .

## Exercice 3 : Construction ...

Construire un triangle  $ABC$  tel que

$$AB = 5, \quad AC = 4, \quad \vec{AB} \cdot \vec{AC} = 10.$$

## Exercice 4 : Utilisation des propriétés du produit scalaire

On donne  $\|\vec{u}\| = 2$ ,  $\|\vec{v}\| = 3$  et  $(\vec{u}, \vec{v}) = \pi/3$ . Calculer

- a)  $\vec{u} \cdot \vec{v}$
- b)  $(3\vec{u} + 2\vec{v}) \cdot (3\vec{u} - 2\vec{v})$
- c)  $(3\vec{u} + 2\vec{v})^2$

## Exercice 5 : Produit scalaire dans un espace à 3 dimensions

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ , on considère les points

$$A(2, 1, 1), \quad B(4, -2, 2) \quad C(4, -1, -9) \quad D(6, -4, -8)$$

- a) Déterminer les coordonnées des vecteurs  $\vec{AB}$ ,  $\vec{AC}$  et  $\vec{CD}$ . Conclusion pour  $ABDC$  ?
- b) Calculer  $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$ . Conclusion pour  $ABDC$  ?
- c) Déterminer les distances  $AB$  et  $AC$ .

## Exercice 6 : Du calcul ...

- a) Calculer  $\vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2$  lorsque

$$\|\vec{v}_1\| = 3, \quad \|\vec{v}_2\| = 8, \quad (\widehat{\vec{v}_1, \vec{v}_2}) = 120^\circ.$$

- b) Calculer  $\|\vec{v}_2\|$  lorsque

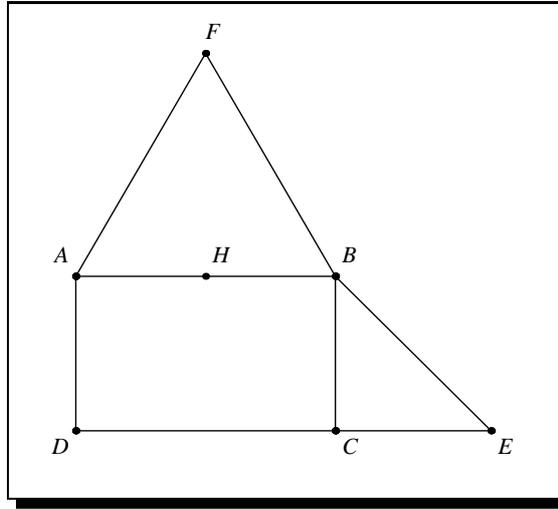
$$\|\vec{v}_1\| = 5, \quad \vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2 = 50, \quad (\widehat{\vec{v}_1, \vec{v}_2}) = \frac{\pi}{3}$$

- c) Calculer  $(\widehat{\vec{v}_1, \vec{v}_2})$  lorsque

$$\|\vec{v}_1\| = 15, \quad \|\vec{v}_2\| = 8, \quad \vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2 = 60$$

<b>Exercice 7 : À partir d'un dessin</b>
--

On considère la figure ci-dessous dans le plan rapporté à un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  :  $ABCD$  est un rectangle,  $AB = 5$ ,  $BC = 3$ ,  $H$  est le milieu du segment  $[AB]$ ,  $BCE$  est rectangle isocèle en  $C$  et  $ABF$  est équilatéral.



Calculer les produits scalaires suivants :

- |                                |                                |                                |
|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|
| a) $\vec{AB} \cdot \vec{AH}$ , | b) $\vec{BH} \cdot \vec{BE}$ , | c) $\vec{AF} \cdot \vec{DC}$ , |
| d) $\vec{AF} \cdot \vec{BF}$ , | e) $\vec{HC} \cdot \vec{CE}$ , | f) $\vec{HD} \cdot \vec{AC}$ , |