# Corrigé du devoir surveillé n° 8

## Exercice 1 : Géométrie vectorielle

**1.** Le barycentre du système $\{(A,2)(B,-2)\}$ n'existe pas (ou plutôt : il n'est pas défini) puisque la somme des poids est nulle.

**2.** On a

$$\overrightarrow{AI}+2\overrightarrow{BI}=\overrightarrow{O} \qquad \Rightarrow \qquad \overrightarrow{AI}+2(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AI})=\overrightarrow{O} \qquad \Rightarrow \qquad \boxed{\overrightarrow{AI}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}}$$

**3.** Le point $\boxed{J \text{ est au milieu du segment } [IC]}$ puisque l'on a les mêmes poids en $I$ et en $C$.

**4.** On a, par définition de $G$,

$$\overrightarrow{AG}+2\overrightarrow{BG}+3\overrightarrow{CG}=\overrightarrow{0} \qquad \Rightarrow \qquad \overrightarrow{AG}+2\left(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AG}\right)+3\left(\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AG}\right)=\overrightarrow{0}$$

$$\Rightarrow \qquad 6\overrightarrow{AG}=2\overrightarrow{AB}+3\overrightarrow{AC} \qquad \text{soit} \qquad \boxed{\overrightarrow{AG}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}}$$

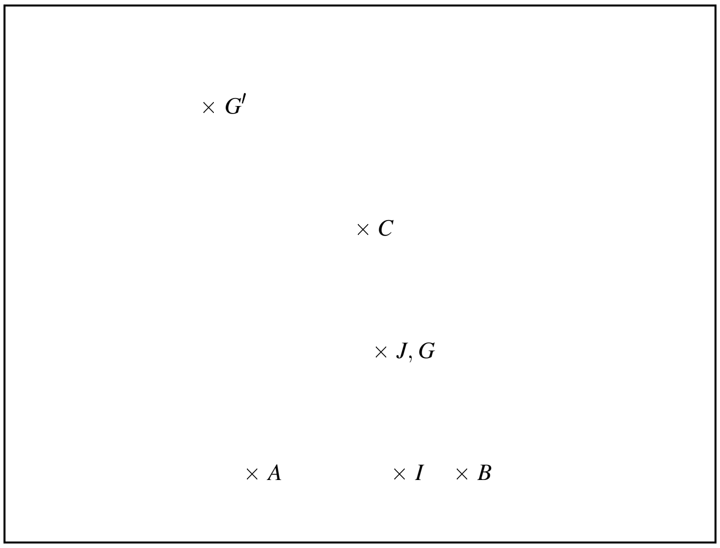
On peut tout de même remarquer que $G$ est également le barycentre du système $\{(I,3),(C,3)\}$ (associativité du barycentre), autrement dit que $\boxed{\text{les points } J \text{ et } G \text{ sont confondus}}$.

**5.** De la même façon, on a

$$\overrightarrow{AG'}-2\overrightarrow{BG'}+3\overrightarrow{CG'}=\overrightarrow{0} \qquad \Rightarrow \qquad \overrightarrow{AG'}-2\left(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AG'}\right)+3\left(\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AG'}\right)=\overrightarrow{0}$$

$$\Rightarrow \qquad 2\overrightarrow{AG'}=\overrightarrow{AB}+3\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CB}+3\overrightarrow{BC} \qquad \text{soit} \qquad \boxed{\overrightarrow{AG'}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BC}}$$

On a finalement le dessin suivant :




## Exercice 2 : Une fonction rationnelle

**1.** On remarque tout d'abord que $f(x)$ existe si et seulement si $\boxed{x \neq -1}$. Le calcul de la fonction dérivée donne alors

$$f'(x)=\frac{-2}{(x+1)\dagger}+1=\frac{-2+x^2+2x+1}{(x+1)^2}=\boxed{\frac{x^2+x-1}{(x+1)^2}=f'(x)}$$

du signe de $x^2+x-1$ puisque $(x+1)^2$ est toujours strictement positif si $x \neq -1$. Comme $\Delta = 8 = (2\sqrt{2})^2$ est strictement positif, on trouve deux racines réelles $x_1=-1-\sqrt{2}\simeq -2,41$ et $x_2=-1+\sqrt{2}\simeq 0,41$, et $x^2+x-1$ est négatif (signe de $-a$) entre $x_1$ et $x_2$, ce qui donne le tableau de variations suivant :

| $x$ | $-\infty$ | | $x_1$ | | $-1$ | | $x_2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $\|\|$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | | $\nearrow$ | $\simeq -5,83$ | $\searrow$ | $\|\|$ | $\searrow$ | $\simeq -0,17$ | $\nearrow$ | |

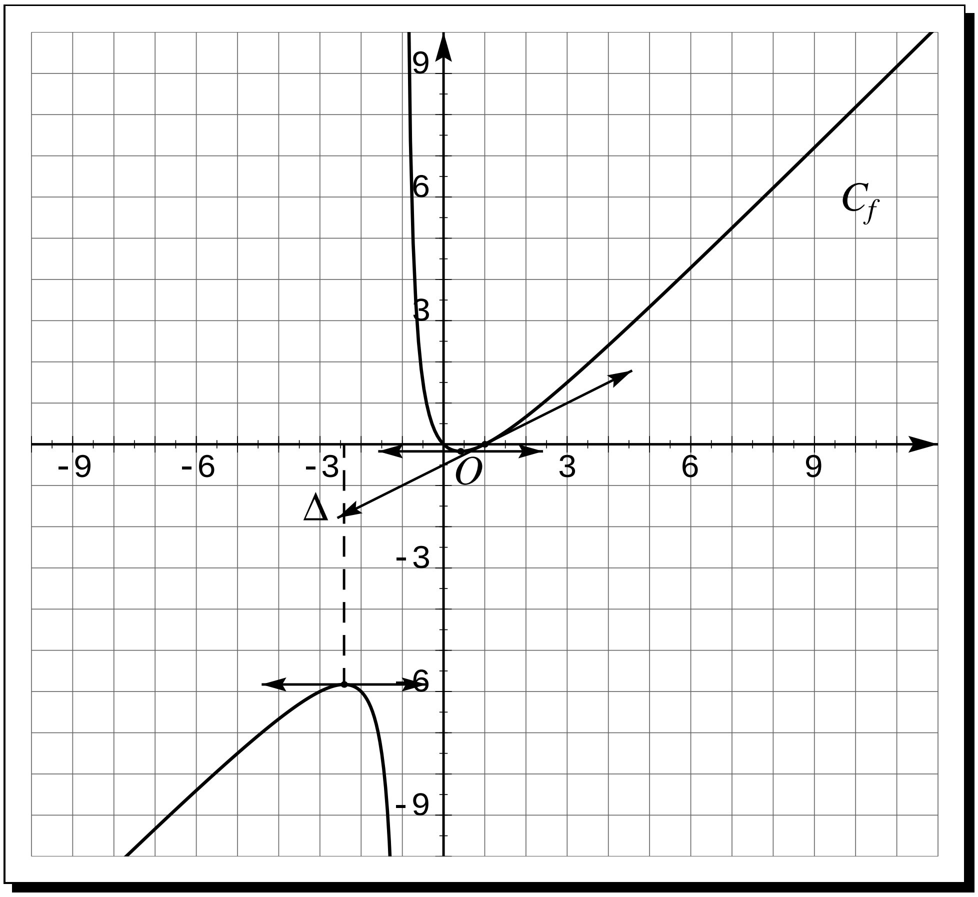
où $f(x_1) = -2\sqrt{2} - 3$ et $f(x_2) = 2\sqrt{2} - 3$.

**2.** Comme $f(1) = 0$ et que $f'(1) = 1/2$, on trouve pour équation de $\Delta$ : $\boxed{y = \frac{1}{2}(x-1)}$.

**3.**

| $x$ | $-\frac{9}{10}$ | $-\frac{4}{5}$ | $-\frac{3}{4}$ | $-\frac{1}{2}$ | $0$ | $1$ | $2$ | $3$ | $4$ | $9$ | $15$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $17,1$ | $5,25$ | $7,2$ | $1,5$ | $0$ | $0$ | $2/3$ | $3/2$ | $2,5$ | $7,2$ | $13,125$ |

**4.**




---

**Exercice 3 : Les poids sont à déterminer**

Si $G$ est le barycentre du système $\{(A,\alpha),(B,\beta)\}$, alors

$$\alpha\overrightarrow{GA} + \beta\overrightarrow{GB} = \vec{0}.$$

En partant de la relation donnée dans le texte, il vient alors :

$$2\overrightarrow{GB} - 3\overrightarrow{AB} = \vec{0} \iff 2\overrightarrow{GB} - 3\overrightarrow{AG} - 3\overrightarrow{GB} = \vec{0} \iff 3\overrightarrow{GA} - \overrightarrow{GB} = \vec{0}$$

Par identification, on trouve alors $\boxed{(\alpha,\beta) = (3,-1)}$.

---