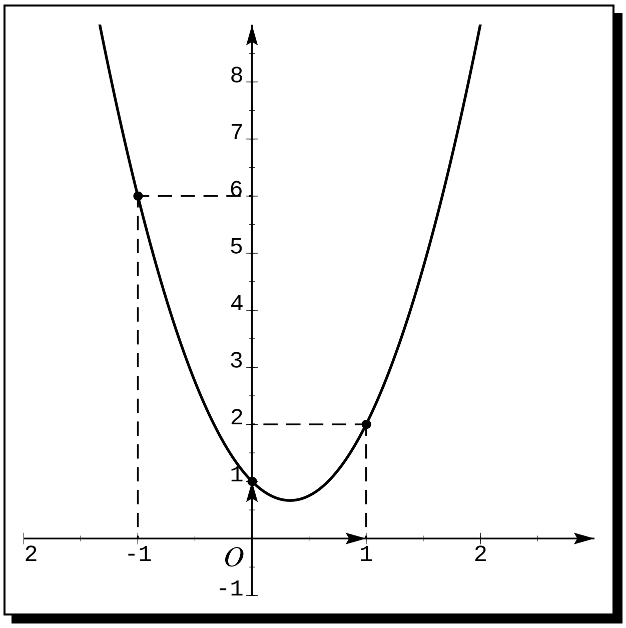
Courbes de fonctions numériques

Exercice 1 : Recherche de coefficients indéterminés, intersection et positions relatives de deux courbes

La courbe C_f ci-dessous est la courbe représentative d'une fonction polynôme f du second degré, c'est à dire d'une fonction f du type $f(x) = ax^2 + bx + c$.



1. a) Lire sur le graphique les valeurs de $f(-1)$, $f(0)$ et $f(1)$.
   b) En déduire les valeurs de a, b et c.
2. Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = -2x + 4$. Tracer C_g, la courbe représentative de la fonction g, sur la figure ci-dessus.
3. a) Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = g(x)$.
   b) Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \leqslant g(x)$.
4. a) Déterminer, par le calcul, le ou les points d'intersection des courbes C_f et C_g.
   b) Étudier, par le calcul, les positions relatives des courbes C_f et C_g. (Autrement dit, déterminer par le calcul la réponse à la question « Quand la courbe C_f est-elle au-dessus de C_g, et quand est-elle en dessous ? »)

Exercice 2 : Résolution approchée d'équation

On considère l'équation $(E) : x^3 + x + 1 = 0$.

Le but de cet exercice est de déterminer si cette équation admet des solutions sur $\mathbb{R}$, et d'en donner des valeurs approchées le cas échéant.

On introduit la fonction f, définie pour tout $x \in \mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 + x + 1$, et on admet que cette fonction est croissante sur $\mathbb{R}$.

1. Calculer $f(x)$ pour quelques valeurs de x, puis donner, en le justifiant, le nombre de solutions de l'équation (E) sur $\mathbb{R}$.
2. Soit $\tilde{x}$, la solution de l'équation (E) qui est dans l'intervalle $[-3; 3]$.
   a) Donner, en le justifiant, un encadrement de $\tilde{x}$ d'amplitude 10^{-1}.
   b) Donner, en le justifiant, un encadrement de $\tilde{x}$ d'amplitude 10^{-2}.