Signe d'un polynôme du 2nd degré

Exercice 1 : Factorisation d'un polynôme du second degré

Pour chacun des polynômes P suivants :

- résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $P(x) = 0$,
- déterminer, si elle existe, la forme factorisée de P,
- résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $P(x) \geqslant 0$,

a) $P(x) = 6x^2 - 5x + 4$, *b*) $P(x) = 2x^2 + 3x - 5$, *c*) $P(x) = \frac{9}{4}x^2 + 3x - 1$,

Exercice 2 : Factorisation d'un polynôme du second degré

Pour chacun des polynômes P suivants :

- résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $P(x) = 0$,
- déterminer, si elle existe, la forme factorisée de P,
- résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $P(x) \geqslant 0$,

a) $P(x) = x^2 + \frac{5}{2}x + 1$, *b*) $P(x) = x^2 + 2x\sqrt{3} - 1$, *c*) $P(x) = 4x^2 - 3x - 2$.

Exercice 3 : Économie et signe d'un polynôme du troisième degré

Une entreprise fabrique et commercialise un certain produit. Soit x la quantité produite en tonnes. Le nombre x est un réel compris entre 0 et 13. Le coût de production, exprimé en milliers d'euros, est donné pour

$$p(x) = x^3 - 15x^2 + 76x.$$

L'entreprise vend chaque tonne de production 40 000 euros. La recette est donc, en milliers d'euros, donnée par $r(x) = 40x$ et le bénéfice, en milliers d'euros, est égal à :

$$b(x) = r(x) - p(x).$$

1. Étudier le signe de $b(x)$ lorsque x varie dans l'intervalle $[0, 13]$.

2. En déduire les valeurs de x pour lesquelles l'entreprise réalise effectivement un bénéfice.

Exercice 4 : Les lunules

Sur la figure ci-dessous, la partie hachurée représente une plaque de tôle d'aire $A(x)$.

1. *a*) Calculer, en fonction de x ($0 \leqslant x \leqslant 10$) l'aire de chacun des deux demi-disques de diamètres respectifs $[AM]$ et $[BM]$.

b) En déduire l'expression de $A(x)$ en fonction de x.

2. Calculer x pour quel'on ait $A(x) = 15\,\text{cm}^2$. On donnera une valeur approchée du résultat à 10^{-1} près.