Polynômes

Exercice 1 : Développer un polynôme

Développer les expressions suivantes et ordonner les polynômes obtenus dans l'ordre des puissances décroissantes de x.

1. $(2x^3 - 3x^2 + 4x - 2) - (-x^2 + 2x + 2)$.

2. $(x - 1)(x + 1) - (x + 2)x$.

3. $(2x - 3)(2x + 3) - (2x - 3)^2$.

Exercice 2 : Image d'un nombre, égalité de polynômes

On considère les polynômes

$$P(x) = 2x^3 - 4x^2 - 4x - 6, \qquad Q(x) = 2(x^2 + x + 1)(x - 3), \qquad R(x) = 2x^3 + x^2 - 19x + 4.$$

1. Calculer les images des nombres 1, 2 et 0 par P, Q et R.

2. Les polynômes P et R sont-ils égaux ?

3. Les polynômes P et Q sont-ils égaux ?

Exercice 3 : Égalité de polynômes

1. Existe-t-il un nombre réel a pour lequel les deux polynômes f et g définis par

$$f(x) = 2x^3 - x^2 - x - 10 \qquad \text{et} \qquad g(x) = (x - 2)(2x^2 + ax + 5)$$

sont égaux ?

2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation

$$2x^3 - x^2 - x - 10 = (x - 2)(2x^2 + 3x + 5)$$

(Aucun calcul n'est nécessaire.)

Exercice 4 : Égalité de polynômes

Existe-t-il un nombre réel a pour lequel les deux polynômes f et g définis par

$$f(x) = 2x^3 - 7x^2 - 8x - 10 \qquad \text{et} \qquad g(x) = (x - 2)(2x^2 + ax + 5)$$

sont égaux ?

Exercice 5 : Égalité de polynômes

1. Peut-on déterminer trois nombres réels a, b et c tels que les polynômes f et g définis par

$$f(x) = x^3 + 2x^2 - x - 14 \qquad \text{et} \qquad g(x) = (x - 2)(ax^2 + bx + c)$$

soient égaux ?

2. Même question avec les polynômes f et h définis par

$$f(x) = x^3 + 2x^2 - x - 14 \qquad \text{et} \qquad h(x) = (x - 1)(ax^2 + bx + c)$$

Exercice 6 : Racine d'un polynôme

Le nombre -2 est-il racine du polynôme

$$P(x) = x^3 + 5x^2 + 5x - 2 \ ?$$

Exercice 7 : Racine d'un polynôme, système d'équations

Déterminer un polynôme P du second degré tel que

$$P(0) = 3, \qquad P(1) = 1 \qquad \text{et} \qquad P(-1) = 1.$$

Exercice 8 : Factorisation par $(x - \alpha)$

On considère le polynôme $P(x) = 2x^3 - 17x^2 + 12x + 63$.

a) Développer $2(x - 7)(x + \frac{3}{2})$.

b) Calculer $P(3)$.

c) En déduire une factorisation de P sous la forme $P(x) = (x - 3)Q(x)$, où Q est un polynôme de degré 2.

d) À l'aide des questions précédentes, résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $P(x) = 0$.