

Devoir surveillé n° 2

durée : 1h

Exercice : Étude d'une fonction rationnelle

Soit f , la fonction définie sur l'intervalle $I =] - \infty ; 1[$ par :

$$f(x) = \frac{-2x^2 + 6x - 3}{2(x - 1)^2}$$

On désigne par C la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) (unité graphique : 2 cm ou 2 grands carreaux).

1. Vérifier que pour tout nombre réel x appartenant à I ,

$$f(x) = -1 + \frac{1}{x - 1} + \frac{1}{2(x - 1)^2}$$

2. a) Déterminer la limite de f en $-\infty$.
b) En déduire l'équation d'une asymptote à la courbe C .
c) Déterminer la limite de f en 1.
d) En déduire l'équation d'une asymptote à la courbe C .
3. a) Calculer la dérivée f' de la fonction f et montrer qu'elle peut s'écrire sous la forme

$$f'(x) = \frac{-x}{(x - 1)^3}.$$

- b) Dresser le tableau des variations de f .
4. On désigne par D l'asymptote de la courbe C qui est parallèle à l'axe des abscisses.
 - a) Déterminer les coordonnées du point d'intersection de C avec la droite D
 - b) Étudier la position de la courbe C par rapport à D .
5. Tracer les asymptotes et la courbe C dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) . Placer en particulier les points d'abscisses $-2, -1, 1/4, 3/4$.