

# Trois études simples avec l'exponentielle

## Exercice 1 : Dérivées et tableaux de variation

Pour chacune des fonctions  $f$  suivantes, calculer la fonction dérivée  $f'$  sur l'intervalle  $I$ , puis étudier le signe de  $f'(x)$  pour  $x \in I$  et dresser le tableau de variation de  $f$ . (Les études de limites ne sont pas demandées.)

a)  $f(x) = xe^x \quad I = \mathbb{R}$

b)  $f(x) = \frac{e^x + 1}{e^x - 1} \quad I = \mathbb{R}^* = ]-\infty, 0[ \cup ]0, +\infty[$

## Exercice 2 : Une étude facile, bac F6, 1993

On considère la fonction numérique de la variable  $x$  définie sur  $\mathbb{R}$  par

$$f(x) = (2x - 4)e^x.$$

On note  $C_f$  la courbe représentative de la fonction  $f$  dans le plan muni d'un repère orthonormal  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  d'unité graphique 1 cm.

1. a) Calculer la limite de  $f(x)$  quand  $x$  tend vers  $+\infty$ .
- b) Calculer la limite de  $f(x)$  quand  $x$  tend vers  $-\infty$ . On pourra écrire  $f(x)$  sous la forme

$$f(x) = 2xe^x - 4e^x.$$

2. a) Montrer que la dérivée  $f'$  de  $f$  peut s'écrire

$$f'(x) = 2(x - 1)e^x.$$

- b) Étudier le signe de  $f'(x)$  pour  $x$  réel. En déduire le tableau de variation de la fonction  $f$ .
3. Déterminer une équation de la tangente  $T$  à la courbe  $C_f$  en son point d'abscisse nulle.
4. Tracer la tangente  $T$  et la courbe  $C_f$ .

# Et quelques primitives

## Exercice 3 : Calculs de primitives

1. Déterminer une primitive sur  $\mathbb{R}$  des fonctions suivantes.

a)  $f(x) = x + 1 + e^x.$

c)  $f(x) = e^{2x} + e^x - 1.$

e)  $f(x) = xe^{x^2+1}.$

b)  $f(x) = -e^x + 2e^{-x}.$

d)  $f(x) = e^{3x+2}.$

2. Déterminer deux nombres réels  $a$  et  $b$  tels que la fonction  $F(x) = (ax + b)e^x$  soit une primitive sur  $\mathbb{R}$  de la fonction  $f(x) = (2x + 1)e^x$ .