Devoir surveillé n° 4 bis

durée : 1h

Exercice 1 : (*10 points*) **Le second membre est constant**

On considère l'équation différentielle

$$(E) \qquad y'' - 4y' + 3y = 3.$$

1. *a*) Résoudre l'équation différentielle

   $$(E_0) \qquad y'' - 4y' + 3y = 0.$$

   b) Déterminer le nombre réel a tel que la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = a$ soit une solution particulière de (E).

   c) En déduire la solution générale de (E).

2. Déterminer la solution particulière de (E) vérifiant les 2 conditions :

$$f(0) = -1 \qquad \text{et} \qquad f'(0) = 2.$$

Exercice 2 : (*10 points*) **Une équation différentielle linéaire d'ordre 2**

L'étude d'un système mécanique soumis à un amortissement et à une excitation entretenue, conduit à la résolution de l'équation différentielle suivante où l'inconnue y est fonction du temps t, définie et deux fois dérivable sur $[0, +\infty[$:

$$(E) \qquad y'' + 2y' + 2y = 10\cos 2t.$$

1. Résoudre sur $[0, +\infty[$ l'équation différentielle

   $$(E_0) \qquad y'' + 2y' + 2y = 0.$$

2. Montrer que la fonction f définie sur $[0, +\infty[$ par

   $$f(t) = 2\sin 2t - \cos 2t$$

   est une solution particulière de (E).
3. Résoudre l'équation différentielle (E) sur $[0, +\infty[$.
4. Déterminer la fonction g, solution de l'équation (E) vérifiant les condtions initiales

$$g(0) = 0 \qquad \text{et} \qquad g'(0) = 2.$$