

# Devoir surveillé n° 4

durée : 1h

**Exercice 1 : (20 points) Le second membre est constant****– Partie A –**

On considère l'équation différentielle

$$(E) \quad y'' - 4y' + 3y = 3.$$

1. a) Résoudre l'équation différentielle

$$(E_0) \quad y'' - 4y' + 3y = 0.$$

b) Déterminer le nombre réel  $a$  tel que la fonction  $g$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $g(x) = a$  soit une solution particulière de  $(E)$ .

c) En déduire la solution générale de  $(E)$ .

2. Déterminer la solution particulière de  $(E)$  vérifiant les 2 conditions :

$$f(0) = -1 \quad \text{et} \quad f'(0) = 2.$$

**– Partie B –**

Dans un repère orthonormal  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  d'unité 4 cm (ou 4 grands carreaux), on considère  $C_f$ , la courbe représentative de la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par

$$f(x) = 1 + 2e^{3x} - 4e^x.$$

- Étudier le sens de variation de la fonction  $f$ .
- Déterminer la limite de  $f$  en  $+\infty$  (on pourra mettre  $e^{3x}$  en facteur dans  $f(x)$ ).
  - Montrer que la droite  $\Delta$  d'équation  $y = 1$ , est asymptote à  $C_f$ . Étudier les positions relatives de  $C_f$  et  $\Delta$ .
  - On note  $T$  la droite tangente à  $C_f$  au point d'abscisse 0. Calculer le coefficient directeur de  $T$ .
- Sur le même graphique, tracer les courbes  $\Delta$ ,  $T$  et  $C_f$ .