# Corrigé du devoir surveillé n° 1

## Exercice 1 : Èquation du second degré à coefficients dans $\mathbb{R}$

**1.** On utilise la méthode du discriminant. Il vient $\Delta = 8 - 16 = -8$ d'où les deux racines complexes conjuguées

$$z_1 = \frac{2\sqrt{2} - 2i\sqrt{2}}{2} \quad \text{soit} \quad \boxed{z_1 = \sqrt{2} - i\sqrt{2}} \quad \text{et} \quad \boxed{z_2 = \sqrt{2} + i\sqrt{2}}.$$

**2.** On trouve comme module commun $\boxed{|z_1| = |z_2| = 2}$, d'où la détermination des arguments :

$$\begin{cases} \cos\theta_1 = \sqrt{2}/2 \\ \sin\theta_1 = -\sqrt{2}/2 \end{cases} \Longrightarrow \boxed{\theta_1 = -\frac{\pi}{4}} \quad \text{et} \quad \boxed{\theta_2 = -\frac{\pi}{4}} \quad \text{puisque } z_2 = \overline{z_1}.$$

Finalement, on a donc

$$\boxed{z_1 = 2e^{-i\pi/4}} \quad \text{et} \quad \boxed{z_2 = 2e^{i\pi/4}}$$

---

## Exercice 2 : Module et argument d'une puissance

## Exercice 3 : Du calcul. . .

Il vient, par exemple,

$$\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^3 = \left(\frac{\sqrt{2}e^{-i\pi/4}}{\sqrt{2}e^{i\pi/4}}\right)^3 = \left(e^{-i\pi/2}\right)^3 = e^{-3i\pi/2} = \boxed{i}$$

---

## Exercice 4 : Linéarisation, formules d'Euler

**1.** Il vient

$$\begin{aligned}
\cos(x) \times \sin(2x) \times \cos(3x) &= \frac{1}{2}\left(e^{ix} + e^{-ix}\right) \times \frac{1}{2i}\left(e^{2ix} - e^{-2ix}\right) \times \frac{1}{2}\left(e^{3ix} + e^{-3ix}\right) \\
&= \frac{1}{8i}\left(e^{3ix} - e^{-ix} + e^{ix} - e^{-3ix}\right)\left(e^{3ix} + e^{-3ix}\right) \\
&= \frac{1}{8i}\left(e^{6ix} + e^{0} - e^{2ix} - e^{-4ix} + e^{4ix} + e^{-2ix} - e^{0} - e^{-6ix}\right) \\
&= \frac{1}{8i}\left(e^{6ix} - e^{-6ix} + e^{4ix} - e^{-4ix} - \left(e^{2ix} - e^{-2ix}\right)\right)
\end{aligned}$$

**2.** D'où

$$\cos(x) \times \sin(2x) \times \cos(3x) = \frac{1}{8i}\left(2i\sin(6x) + 2i\sin(4x) - 2i\sin(2x)\right)$$

soit encore

$$\boxed{\cos(x) \times \sin(2x) \times \cos(3x) = \frac{1}{4}\left(\sin(6x) + \sin(4x) - \sin(2x)\right)}$$

---