Corrigé du devoir surveillé n° 1

Exercice 1 : Décomposition en produit de nombres premiers

1. On trouve $\boxed{1\,008 = 2^4 \times 3^2 \times 7}$. **2.** d'où $\sqrt{1\,008} = 2^2 \times 3\sqrt{7}$, soit $\boxed{\sqrt{1\,008} = 12\sqrt{7}}$

Exercice 2 : Calculs avec des fractions

1. Il vient

$$A = \frac{1}{3} - \frac{1}{3} \times \frac{4}{7} = \frac{7-4}{21} = \frac{3}{21}, \qquad \text{soit} \qquad \boxed{A = \frac{1}{7}}.$$

2. Et

$$B = \frac{1 + \frac{2}{5}}{\frac{5}{3} - \frac{1}{2}} = \frac{\frac{7}{5}}{\frac{10-3}{6}} = \frac{7}{5} \times \frac{6}{7} \qquad \text{soit} \qquad \boxed{B = \frac{6}{5} = 1,2}.$$

Exercice 3 : Des racines carrées...

On trouve facilement

$$\begin{aligned}(3\sqrt{2} - 1)(1 + \sqrt{2}) - 2\sqrt{2} &= 3\sqrt{2} + 6 - 1 - \sqrt{2} - 2\sqrt{2} \\ &= 5\end{aligned}$$

Le nombre proposé $\boxed{\text{est donc bien un entier}}$.

Exercice 4 : Vérifier qu'un nombre est solution dans une équation

Il suffit, dans l'équation proposée, de substituer la valeur $1 + \sqrt{2}$ à x pour vérifier si oui ou non l'égalité est vérifiée. Il vient

$$\begin{aligned}(1 + \sqrt{2})^2 - 2(1 + \sqrt{2}) - 1 &= 1 + 2 + 2\sqrt{2} - 2 - 2\sqrt{2} - 1 \\ &= 0\end{aligned}$$

Et donc $\boxed{1 + \sqrt{2} \text{ est une solution}}$ de l'équation proposée.

Exercice 5 : Des puissances...

Il vient

$$\left(\frac{3}{4}\right)^{-2} \times \left(\frac{1}{8}\right)^{5} = \frac{3^{-2}}{\left(2^2\right)^{-2}} \times \frac{1}{\left(2^3\right)^{5}} = \frac{3^{-2}}{2^{-4}} \times \frac{1}{2^{15}} = \frac{3^{-2}}{2^{11}} \qquad \boxed{= 3^{-2} \times 2^{-11}}$$

Exercice 6 : Expressions et équations polynomiales

1. Il vient

$$\begin{aligned}C &= (3x - 1)^2 - (3x - 1)(2x + 3) \\ &= 9x^2 - 6x + 1 - (6x^2 + 7x - 3) \qquad \text{soit} \qquad \boxed{C = 3x^2 - 13x + 4}\end{aligned}$$

2. Pour factoriser, on remarque que $(3x - 1)$ est un facteur commun. Il vient alors

$$C = (3x - 1)^2 - (3x - 1)(2x + 3) = (3x - 1)\big(3x - 1 - 2x - 3\big) \qquad \text{soit} \qquad \boxed{C = (3x - 1)(x - 4)}$$

3. On sait bien qu'un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un des facteurs est nul. L'équation à résoudre donne donc immédiatement :

$$\begin{aligned}(3x - 1)(x - 4) = 0. \quad &\Longleftrightarrow \quad (3x - 1) = 0 \qquad \text{ou} \qquad (x - 4) = 0 \\ & \quad x = \frac{1}{3} \qquad \text{ou} \qquad x = 4\end{aligned}$$

d'où les $\boxed{\text{deux solutions : } x = 1/3 \text{ et } x = 4}$.
