Références au programme

Programme officiel

Contenus	Compétences exigibles	Commentaires
Pyramide et cône de révolution	Calculer le volume d'une pyramide et d'un cône de révolution à l'aide de la formule $\mathcal{V} = \frac{1}{3} \times B \times h$.	L'objectif est toujours d'apprendre à voir dans l'espace et de calculer des longueurs, des aires et des volumes, ce qui implique un large usage des représentations en perspective et la fabrication de patrons. Ces travaux permettront de consolider les images mentales relatives à des situations de parallélisme et d'orthogonalité. La recherche de l'aire latérale d'un cône de révolution peut être une activité de mise en oeuvre de la proportionnalité. On pourra, à l'aide des formules d'aires ou de volumes, étudier les variations d'une grandeur en fonction d'une autre.

Textes d'accompagnement

En géométrie dans l'espace, les solides permettant une construction à partir de patrons sont introduits avant la sphère. En classe de $4^{\text{ème}}$, on propose ainsi l'étude des pyramides cônes de révolution, dont le développement sous forme de patron correspond à une mise en oeuvre poussée de la proportionnalité (ce n'est donc pas une compétence exigible). La sphère, antérieurement étudiée en classe de $4^{\text{ème}}$, sera proposée en classe de $3^{\text{ème}}$, en même temps que les problèmes de sections planes.

I Pyramide

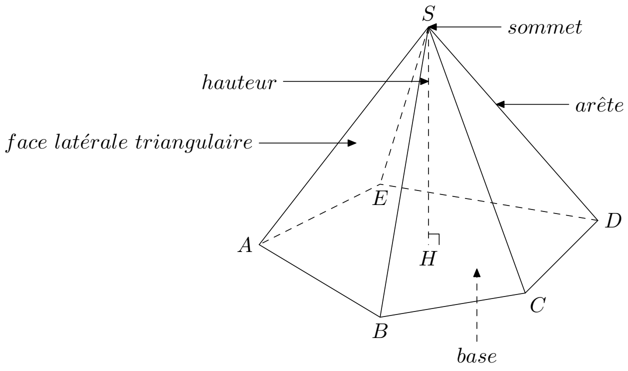
I.1 Pyramide de sommet S

Définition : Une pyramide est un solide dont :
- une face est un polygone appelé **la base** ;
- toutes les autres faces sont des **triangles** qui ont un sommet commun n'appartenant pas à la base : c'est le **sommet** de la pyramide.

(Ces faces sont appelées **faces latérales**.)

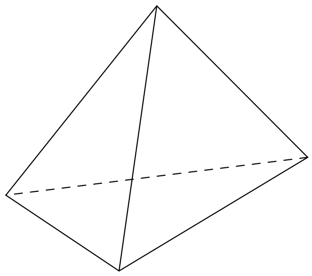
Définition : La droite qui passe par le sommet de la pyramide et qui est perpendiculaire à la base est appelée **hauteur** de la pyramide.
Le point de la base où passe cette droite est appelé **pied de la hauteur** : on le note généralement H.
La longueur SH est aussi appelée hauteur de la pyramide.

illustration et vocabulaire :



Remarques :
Il ne faut pas confondre la hauteur de la pyramide et une hauteur d'une face.

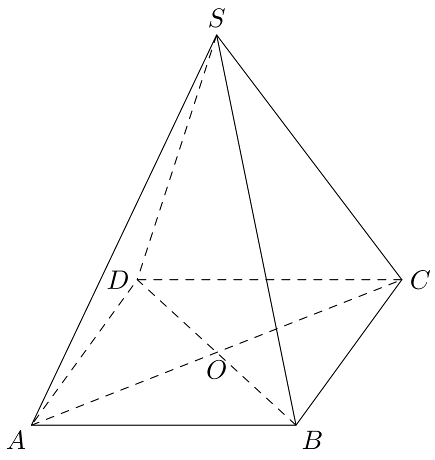
Cas particuliers :
Une pyramide dont la base est un triangle est un **tétraèdre**. Toutes les faces sont donc des triangles donc toutes les faces peuvent être considérées comme des bases.


Pyramide à base triangulaire

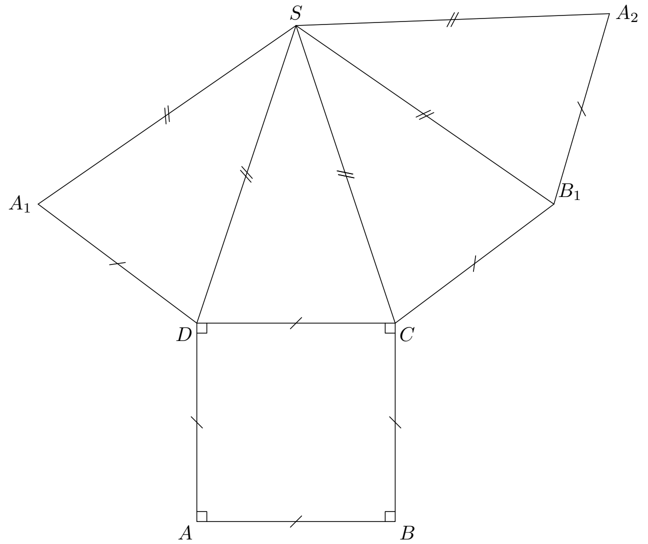
I.2 Pyramides régulières

Définition : Une pyramide de sommet S est dite **régulière** lorsque :
- sa base est un polygone régulier de centre O : triangle équilatéral, carré ...
- $[SO]$ est la hauteur de la pyramide.

Propriété : Les faces latérales d'une pyramide régulière sont des triangles isocèles superposables.



ABCD est un carré de centre O

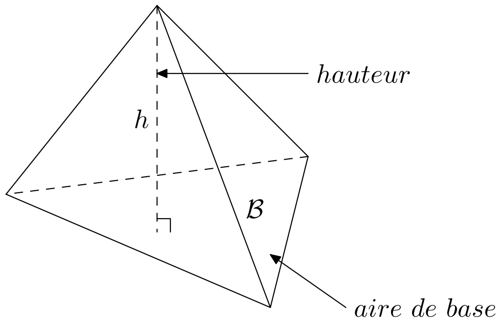


Un patron de la pyramide.
En découpant et en pliant, A, A_1, A_2 coïncident, ainsi que B et B_1.

I.3 Volume d'une pyramide

Propriété : Le volume $\mathcal{V}$ d'une pyramide est égal au tiers du produit de l'aire $\mathcal{B}$ de sa base par sa hauteur h :

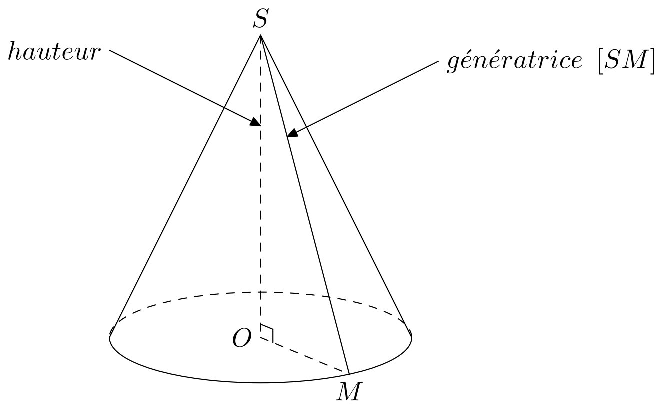
$$\mathcal{V} = \frac{aire\ de\ la\ base \times hauteur}{3} = \frac{\mathcal{B} \times h}{3}$$

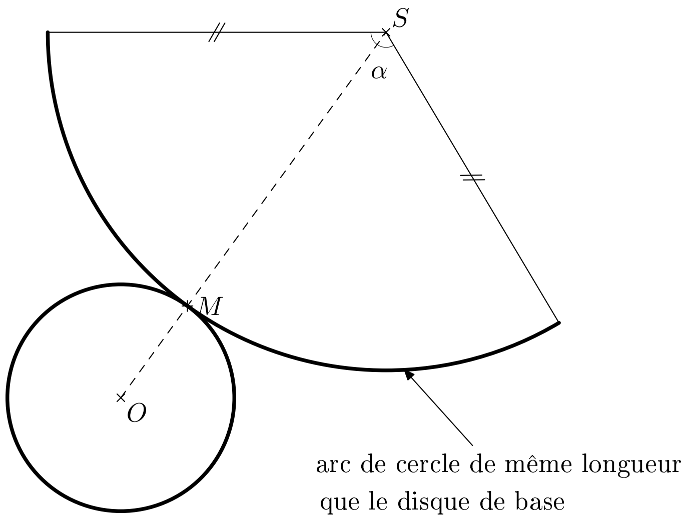


II Cône de révolution

Définition : Un cône de révolution de sommet S est le solide engendré par la rotation d'un triangle SOM rectangle en O, autour de la droite (SO).
Le disque de centre O et de rayon OM est la base de ce cône.

Définition : Un cône de révolution a pour sommet S et pour base un disque de centre O.
La hauteur de ce cône est le segment $[SO]$ (la hauteur désigne aussi la longueur SO).
Le segment $[SO]$ est perpendiculaire au plan de la base.





Patron d'un cône

Le patron d'un cône a la forme ci-dessus ; la longueur de l'arc de cercle doit être égale au périmètre du cercle de base.
Il y a **proportionnalité** entre la mesure de l'angle et la longueur de l'arc correspondant.

Exercice

1. Calculer la génératrice d'un cône de rayon de base $r = 4$ cm et de hauteur $h = 9{,}6$ cm.
2. Déterminer la valeur du secteur angulaire α de ce patron.
3. Sur une feuille de papier volante, dessiner et découper le patron obtenu.

II.1 Volume d'un cône

Propriété : Le volume $\mathcal{V}$ d'un cône est égal au tiers du produit de l'aire $\mathcal{B}$ de sa base par sa hauteur h :

$$\mathcal{V} = \frac{\textit{aire de la base} \times \textit{hauteur}}{3} = \frac{\mathcal{B} \times h}{3}$$

Remarque :
Pour un cône de rayon de base r et de hauteur h, on peut déterminer facilement l'aire de base $\mathcal{B}$:

$$\mathcal{B} = \pi \times r^2 \text{ donc } \mathcal{V} = \frac{\pi \times r^2 \times h}{3}$$