Table des matières

Références au programme

Objectifs de la partie «Grandeurs et mesures»

- se familiariser avec l'usage des grandeurs les plus courantes (longueurs, angles, aires, volumes, durées) ;
- connaître et utiliser les périmètres, aires et volumes des figures planes et des solides étudiés ;
- calculer avec les unités relatives aux grandeurs étudiées et avec les unités de quelques grandeurs quotients et grandeurs produits.

Plus précisément :

- de compléter les connaissances relatives aux longueurs, aux masses et aux durées ;
- de consolider la notion d'angle, à partir des premières expériences de l'école primaire ;
- d'assurer la maîtrise de la notion d'aire (distinguée de celle de périmètre) et celle du système d'unités de mesure des aires ;
- de mettre en place la notion de volume et commencer l'étude du système d'unités de mesure des volumes.

Le vocabulaire et les notations nouvelles ($\approx$, % , $\in$, $[AB]$, (AB) , $[AB)$, AB, $\widehat{AOB}$) sont introduits au fur et à mesure de leur utilité, et non au départ d'un apprentissage.

Les exemples d'activité incluant les technologies nouvelles d'information et de communication ont été renforcés dans la présentation du programme afin de mieux prendre en compte les compétences à développer dans le cadre du niveau 2 du Brevet informatique et internet. La mention $[B2i]$ signale dans le programme les points particulièrement propices au développement de ces compétences.

En continuité avec le travail effectué à l'école élémentaire, cette rubrique s'appuie sur la résolution de problèmes souvent empruntés à la vie courante. Elle permet d'aborder l'histoire des sciences, d'assurer des liens avec les autres disciplines, en particulier la technologie et les sciences de la vie et de la Terre, de réinvestir les connaissances acquises en mathématiques, mais aussi d'en construire de nouvelles. Par exemple, le recours aux longueurs et aux aires permet d'enrichir le travail sur les nombres non entiers et les opérations étudiées en classe de sixième. Il est important que les élèves disposent de références concrètes pour certaines grandeurs et soient capables d'estimer une mesure (ordre de grandeur). L'utilisation d'unités dans les calculs sur les grandeurs est légitime. Elle est de nature à en faciliter le contrôle et à en soutenir le sens. A travers les activités sur les longueurs, les aires et les volumes, les élèves peuvent élaborer et utiliser un premier répertoire de formules.

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
Longueurs Périmètre.	– Comparer des périmètres – Calculer le périmètre d'un polygone.	Les activités de comparaison des périmètres peuvent faire intervenir diverses méthodes : report de longueurs sur une demi-droite, recours à la mesure, utilisation d'un raisonnement. La comparaison de périmètres sans les mesurer est particulièrement importante pour assurer le sens de cette notion.
	– Connaître et utiliser la formule donnant la longueur d'un cercle.	Il s'agit en sixième d'introduire le nombre π ; c'est l'occasion de proposer une activité basée sur un événement scientifique de portée historique. Des activités de mesurage permettent de conjecturer l'existence d'une relation de proportionnalité entre la longueur du cercle et le rayon. Certains travaux sur les périmètres conduisent à décrire des situations mettant implicitement en jeu des fonctions, notamment à travers l'utilisation de formules. Des expressions telles que «en fonction de», «est fonction de» peuvent être ainsi utilisées ; par exemple : exprimer le périmètre d'un carré en fonction de la longueur a de son côté. Le travail sur les périmètres est également favorable à une première initiation aux écritures littérales dans l'élaboration par les élèves d'une formule exprimant le périmètre d'une figure en fonction d'une ou deux longueurs désignées par une ou deux lettres. Toute définition de la notion de fonction est exclue.
Aires : mesure, comparaison et calcul d'aires	– Comparer des aires. – Déterminer l'aire d'une surface à partir d'un pavage simple.	Poursuivant le travail effectué à l'école élémentaire, les élèves sont confrontés à des problèmes dans lesquels il faut : – comparer des aires à l'aide de reports, de décompositions, de découpages et de recompositions, sans perte ni chevauchement ; – déterminer des aires à l'aide de quadrillage et d'encadrements.
	– Différencier périmètre et aire.	Certaines activités proposées conduisent les élèves à comprendre notamment que leurs sens de variation ne sont pas toujours similaires.
	– Connaître et utiliser la formule donnant l'aire d'un rectangle.	Au cycle 3 de l'école élémentaire, les élèves ont calculé l'aire d'un rectangle dont l'un des côtés au moins était de dimension entière. En sixième, le résultat est généralisé au cas de rectangles dont les dimensions sont des décimaux [cf. § 2.Nombres et calcul].

Documents d'accompagnement

Articulation école-collège

Grandeurs et mesures

Le nouveau programme de l'école primaire insiste sur la nécessité de travailler la compréhension des grandeurs, par des activités de comparaison, de classement et de rangement, préalablement à leur mesure et à l'utilisation de formules.

Les élèves qui arrivent en Sixième ont étudié les unités légales de longueur, de masse et de contenance (système métrique). Lorsque des unités agraires interviennent, les correspondances avec les unités légales sont fournies aux élèves. Ils savent calculer le périmètre d'un rectangle, mais le calcul du périmètre du cercle à l'aide d'une formule n'est pas au programme du cycle 3 et l'introduction du nombre π relève du collège.

La notion d'aire est en cours de construction à la fin de l'école élémentaire, le travail visant d'abord la maîtrise de la grandeur (distinction entre aire et périmètre). Les élèves sont aussi entraînés à déterminer des aires par pavage et dénombrement, sans que l'unité d'aire soit forcément un carré. Le travail sur les formules est limité à l'aire du rectangle. En sixième, le travail sur les aires est repris dans le même esprit pour consolider et stabiliser les connaissances des élèves et pour y intégrer celles du programme de sixième.

La notion de volume a pu être approchée à propos de problèmes de contenance mais les élèves n'ont aucune connaissance des unités de volumes (autres que celles relatives aux contenances) et aucune compétence relative aux calculs de volume à partir des dimensions d'un solide. **La construction des connaissances relatives au volume relèvent du collège** (construction de la grandeur, maîtrise des unités et des calculs de volumes).

Le travail sur les angles reste très limité au cycle 3. Seul un travail de comparaison à partir de gabarit est proposé, ainsi qu'une première approche de leur mesure avec l'angle droit comme unité : le demi-angle droit, le quart d'angle droit sont utilisés. **Mais la question générale de la mesure des angles et l'apprentissage de l'utilisation du rapporteur relèvent du collège** : le degré comme unité d'angle comme la mesure de l'angle droit (90°) sont des connaissances du programme de sixième.

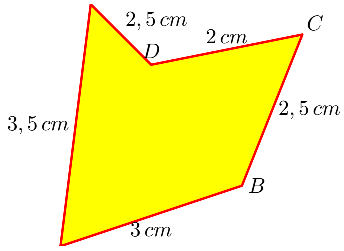
Pour les calculs de durée, les élèves utilisent des procédures adaptées à chaque cas. Par exemple, la recherche de la durée de circulation d'un train parti à 13 heures 50 minutes et arrivé à 15 heures 10 minutes peut être obtenue de la façon suivante : de 13 heures 50 minutes à 14 heures, il y a 10 minutes ; de 14 heures à 15 heures, il s'écoule une heure et il reste 10 minutes pour aller de 15 heures à 15 heures 10 minutes ; soit au total 1 heure 20 minutes. Les calculs posés en colonne ne sont pas indispensables.

1 Périmètre et aire

1.1 Propriété d'une figure

Définition : Le périmètre d'une figure est la longueur de son contour

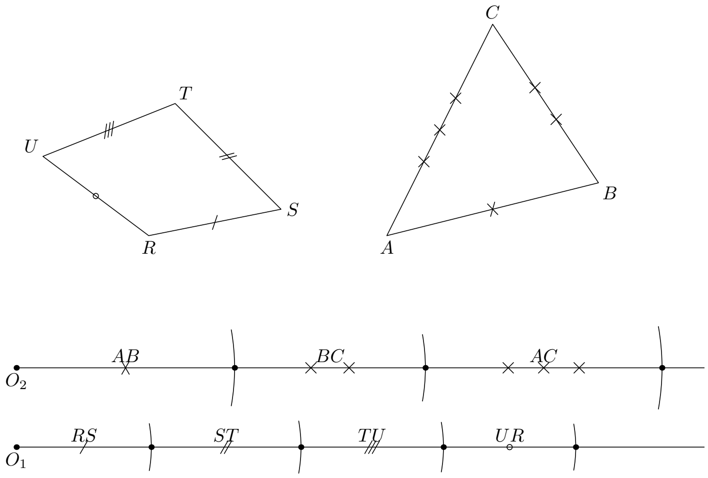
Exemple :



Pour calculer le périmètre d'un polygone, on **additionne les longueurs** de chacun de ses côtés : le périmètre du polygone $ABCDE$ est la longueur de la ligne rouge : $p = AB+BC+CD+DE+EA = 3 + 2,5 + 2 + 2,5 + 3,5 = 13,5cm$.

lhd Pour calculer le périmètre d'une figure, les longueurs des côtés doivent être exprimées dans la **même unité**.

Comparaison de périmètres : Pour comparer les périmètres des figures sans utiliser de mesure, on peut reporter la longueur de chacun des côtés sur une demi-droite avec le compas.

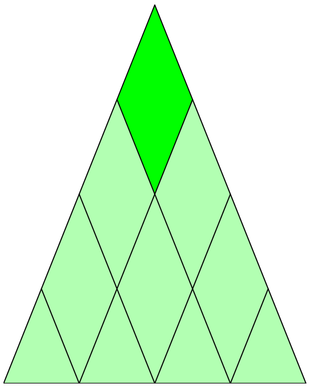


Le quadrilatère $RSTU$ a un périmètre inférieur à celui du triangle ABC.

1.2 Surface et aire d'une figure, mesure

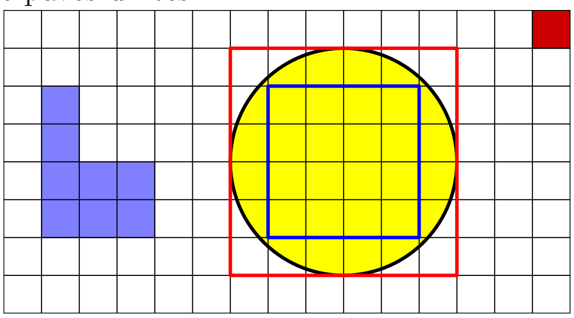
Définition :
- Une ligne qui se referme sur elle-même délimite **une surface** ;
- la mesure de la surface (dans une unité choisie) s'appelle **l'aire** ;
- Pour connaître l'aire d'une figure, on calcule la quantités d'**unités d'aires** qui recouvrent cette surface.

Exemple :



On recouvre ce triangle avec les losanges comme unité d'aire. On compte 6 unités et quatre demi unités. L'aire du triangle est donc de 8 unités d'aires.

Méthode : Pour mesurer l'aire d'une figure :
- on choisit une unité d'aire ;
- on recouvre la surface par des pavés unités ;
- on compte le nombre de pavés unités.



Quand c'est possible, on mesure l'aire en utilisant un pavage : la figure bleue a une aire de 8 unités d'aires. En revanche pour le disque, on ne peut donner qu'un encadrement : entre 16 et 36 unités d'aires.

◁ L'aire change dès que l'on change d'unité d'aire (si on prend deux carreaux comme unité d'aire, les aires sont deux fois plus petites).**Il est donc important de toujours préciser l'unité choisie**.

1.3 Propriétés des périmètres et des aires

Propriété : Des figures de formes différentes peuvent avoir la même aire.

Exemple : il suffit d'enlever un "bout" de la figure et de la replacer ailleurs : la nouvelle figure a une forme différente mais elle a la même aire.

Propriété : Le périmètre et l'aire d'une figure varient indépendamment l'un de l'autre. Cela signifie, par exemple, que deux figures peuvent avoir la même aire et des périmètres différents.

Exemple :

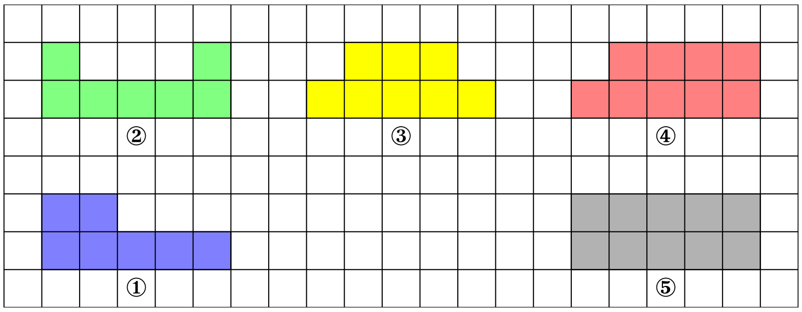
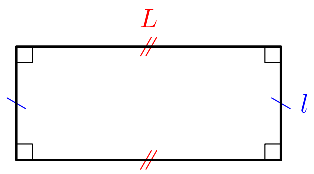
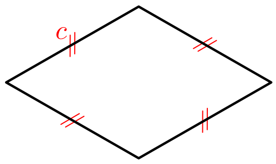
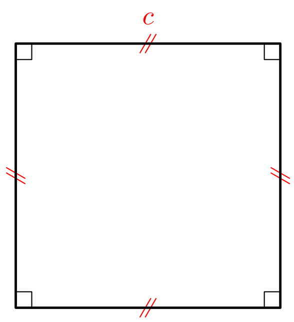
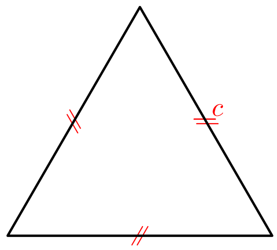


	figure ①	figure ②	figure ③	figure ④	figure ⑤
Aire					
Périmètre					

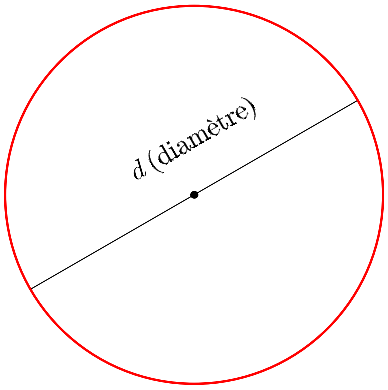
2 Formules de périmètres

Rectangle	**Losange**	**Carré**	**Triangle équilatéral**
			
$\mathscr{P} = (L \times 2) + (l \times 2)$ $\mathscr{P} = (L + l) \times 2$	$\mathscr{P} = c \times 4 = 4c$	$\mathscr{P} = c \times 4 = 4c$	$\mathscr{P} = c \times 3 = 3c$

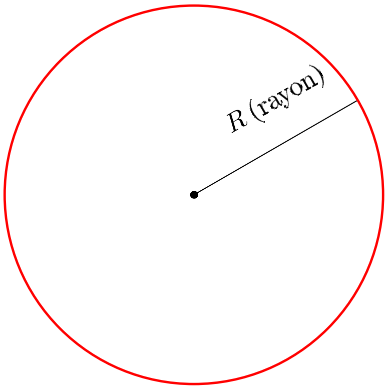
3 Longueur d'un cercle

Propriété : La longueur l d'un cercle de diamètre d est donnée par la formule :

$$l = \pi \times d \qquad \text{où } \pi \text{ (pi) est un nombre proche de 3,14.}$$



Périmètre $= \pi \times d$



Périmètre $= \pi \times 2 \times R$

Exemple :

- on calcule la **valeur exacte** de la longueur d'un cercle de diamètre 5 cm :

$$l = \pi \times 5 \quad \text{ou} \quad l = 5 \times \pi\,\text{cm}$$

- on calcule une **valeur approchée** de l en remplaçant π par 3,14 dans le calcul :

$$\pi \approx 3,14 \quad \text{et} \quad l \approx 5 \times 3,14 \quad \text{donc} \quad l \approx 15,70\,\text{cm}$$

Comme on ne connaît pas de valeur exacte de π, dans les calculs on prend souvent 3,14 come valeur approchée de ce nombre. La touche $\boxed{\pi}$ de la calculatrice permet de donner plus de chiffres : `3,141592654`.

4 Unités usuelles d'aires

Définition : L'**unité d'aire usuelle** est le **mètre carré** (noté m^2), qui représente l'aire d'un carré de côté 1 m. On utilise aussi ses multiples (km^2, hm^2, dam^2) et ses sous-multiples (dm^2, cm^2, mm^2).

Méthode pour changer d'unité d'aire

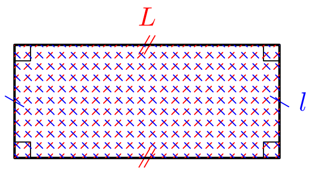
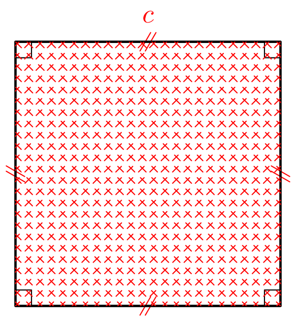
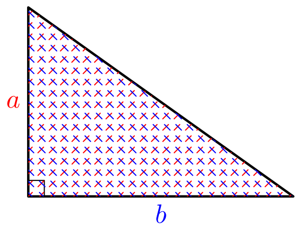
- Pour passer d'une unité d'aire à l'unité immédiatement **inférieure**, on **multiplie par 100** ;
- Pour passer d'une unité d'aire à l'unité immédiatement **supérieure**, on **divise par 100** ;

Tableau des unités d'aire

	Multiples			Unité de base	Sous-multiples		
Unités	kilomètre carré	hectomètre carré	décamètre carré	mètre carré	décimètre carré	centimètre carré	millimètre carré
Abréviation	km^2	hm^2	dam^2	m^2	dm^2	cm^2	mm^2
Unités agraires		hectare (ha)	are (a)	centiare (ca)			
Valeur en m^2	1 000 000 m^2	10 000 m^2	100 m^2	1 m^2	0,01 m^2	0,000 1 m^2	0,000 001 m^2

5 Aires de polygones

5.1 Formules d'aires

Rectangle	**Carré**	**Triangle rectangle**
		
$\mathscr{A} = L \times l$	$\mathscr{A} = c \times c = c^2$	$\mathscr{A} = \dfrac{a \times b}{2}$

5.2 Calcul d'aire

Pour calculer l'aire d'un polygone, on cherche à décomposer sa surface en rectangles, carrés et triangles rectangles.