Table des matières

Références au programme

Objectifs de la partie «Géométrie»

- passer de l'identification perceptive (reconnaissance par la vue) de figures et de configurations à leur caractérisation par des propriétés (passage du dessin à la figure) ;
- isoler dans une configuration les éléments à prendre en compte pour répondre à une question ;
- être familiarisé avec des représentations de l'espace, notamment avec l'utilisation de conventions usuelles pour les traitements permis par ces représentations ;
- découvrir quelques transformations géométriques simples : symétries, translations, rotations ;
- se constituer un premier répertoire de théorèmes et apprendre à les utiliser.

Plus précisément :

- de compléter la connaissance des propriétés de certaines figures planes (triangles, rectangle, losange, cerf-volant, carré, cercle) et du parallélépipède rectangle ;
- de reconnaître les figures planes mentionnées ci-dessus dans une onfiguration complexe ;
- d'utiliser des propriétés de la symétrie axiale, reliées aux notions de médiatrice d'un segment et de bissectrice d'un angle ;
- de maîtriser l'usage de techniques de construction et l'utilisation des instruments adaptés.

A l'école élémentaire, les élèves ont acquis une première expérience des figures et des solides les plus usuels, en passant d'une reconnaissance perceptive (reconnaissance des formes) à une connaissance plus analytique prenant appui sur quelques propriétés (alignement, perpendicularité, parallélisme, égalité de longueurs, milieu, axes de symétrie), vérifiées à l'aide d'instruments. Ils ont été entraînés au maniement de ces instruments (équerre, règle, compas, gabarit) sur des supports variés, pour construire des figures, en particulier pour le tracé de perpendiculaires et de parallèles à l'aide de la règle et de l'équerre.

Les travaux conduits en sixième prennent en compte les acquis antérieurs, évalués avec précision et obéissent à de nouveaux objectifs. Ils doivent viser d'une part à stabiliser les connaissances des élèves et d'autre part à les structurer, et peu à peu à les hiérarchiser. L'objectif d'initier à la déduction est aussi pris en compte. A cet effet, les activités qui permettent le développement des capacités à décortiquer et à construire des figures et des solides simples, à partir de la reconnaissance des propriétés élémentaires, occupent une place centrale.

Les travaux géométriques sont conduits dans différents cadres : espace ordinaire (cour de récréation, par exemple), espace de la feuille de papier uni ou quadrillé, écran d'ordinateur. La résolution des mêmes problèmes dans ces environnements différents, et les interactions qu'elle suscite, contribuent à une approche plus efficace des concepts mis en oeuvre.

Les connaissances géométriques permettent de modéliser des situations (par exemple représenter un champ par un rectangle) et de résoudre ainsi des problèmes posés dans l'espace ordinaire. Les formes géométriques (figures planes, solides) se trouvent dans de nombreux domaines : architecture, œuvres d'art, éléments naturels, objets d'usage courant. Ces mises en relation permettent peu à peu de dégager le caractère universel des objets géométriques par rapport à leurs diverses réalisations naturelles ou artificielles.

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
Symétrie orthogonale par rapport à une droite (symétrie axiale) Division euclidienne .	– – Construire le symétrique d'un point, d'une droite, d'un segment, d'un cercle (que l'axe de symétrie coupe ou non la figure). – Construire ou compléter la figure symétrique d'une figure donnée ou de figures possédant un axe de symétrie à l'aide de la règle (graduée ou non), de l'équerre, du compas, du rapporteur.	Dans la continuité du travail entrepris à l'école élémentaire, les activités s'appuient encore sur un travail expérimental (pliage, papier calque) permettant d'obtenir un inventaire abondant de figures simples, à partir desquelles sont dégagées les propriétés de "conservation" de la symétrie axiale (conservation des distances, de l'alignement, des angles et des aires). Le rôle de la médiatrice comme axe de symétrie d'un segment est mis en évidence. La symétrie axiale n'a, à aucun moment, à être présentée comme une application du plan dans lui-même.

Documents d'accompagnement

Articulation école-collègeL'une des finalités du travail relatif à la géométrie à l'école élémentaire est d'amener les élèves à passer d'une reconnaissance perceptive des objets mathématiques du plan et de l'espace à une connaissance de ces objets appuyée sur certaines propriétés, vérifiées à l'aide d'instruments. Il s'agit également de favoriser la mise en place d'images mentales pour les principaux concepts rencontrés (alignement, parallélisme, longueur, axe de symétrie, angle) et pour les objets géométriques courants (triangle et ses cas particuliers, carré, rectangle, losange, cercle, cube et parallélépipède rectangle), permettant aux élèves de les identifier dans des configurations variées. Les connaissances relatives aux diagonales des quadrilatères ne sont pas exigées à l'école élémentaire.

Cette géométrie est donc essentiellement expérimentale, même si quelques questions nécessitant des déductions doivent déjà être proposées. Elle est organisée autour de cinq grands types de problèmes : reproduire, décrire, représenter, construire, localiser.

Les élèves sont entraînés au maniement d'instruments (équerre, règle, compas, gabarit) sur des supports variés, feuilles de papier quadrillé ou non, en particulier pour le tracé de perpendiculaires et de parallèles (à l'aide de la règle et de l'équerre). Des activités utilisant des logiciels de tracés sur écran d'ordinateur ont également pu être proposées. Une première utilisation des tracés à main levée favorise la construction d'images mentales et aide à anticiper des tracés plus précis. Un vocabulaire, limité mais précis, est mis en place : face, arête, sommet, côté, segment, milieu, angle, perpendiculaire, parallèle, points alignés, droite, centre, rayon, diamètre, figure symétrique par rapport à une droite, axe de symétrie. Les connaissances géométriques sont complétées par des connaissances relatives à l'espace : repérage de cases ou de points sur quadrillage, utilisation de plans et de cartes.

Concernant la symétrie, les élèves savent compléter une figure en utilisant des techniques de pliage ou le papier calque. Ils savent aussi construire le symétrique d'une figure sur quadrillage (axe vertical, horizontal ou en suivant une diagonale). La construction du symétrique d'un point et l'étude systématique de la symétrie relèvent du collège. De premières expériences d'agrandissement ou de réduction de figures sont proposées à l'école primaire, notamment en relation avec la proportionnalité.

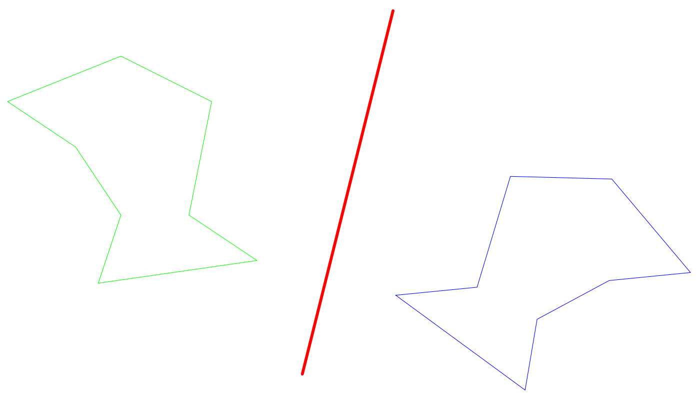
En sixième, où la géométrie occupe une place nettement plus importante qu'à l'école primaire (environ un tiers du temps au collège contre un cinquième du temps dédié aux mathématiques à l'école primaire), les élèves ne travaillent pas sur des objets nouveaux. **Les travaux conduits à ce niveau doivent prendre en compte les acquis antérieurs**, évalués avec précision et se fixer de nouveaux enjeux. Ils doivent viser en particulier **à stabiliser les connaissances des élèves**, à **les structurer**, et peu à peu à **les hiérarchiser**...avec, notamment, un objectif d'initiation à la déduction. Les élèves passent d'une lecture globale des dessins géométriques à une lecture ponctuelle : désignation des points par des lettres, identification de points comme intersection de deux droites, cercle comme figure constituée des points situés à une distance donnée d'un point donné. La distinction entre dessin et figure géométrique commence à être établie, notamment en distinguant les propriétés vérifiées expérimentalement et les propriétés établies par déduction. A l'école primaire, les élèves ont commencé à utiliser des lettres pour désigner des points (sommets d'un polygone, extrémités d'un segment), mais le recours aux notations symboliques (// , $\perp$, ...) ou aux conventions pour désigner des propriétés relèvent du collège où leur introduction doit être progressive et faire l'objet d'une attention particulière.

1 Reconnaître et construire

1.1 Figures symétriques

Définition : Deux figures sont **symétriques par rapport à une droite** (d) si elles se superposent par pliage le long de la droite (d)

Exemple :

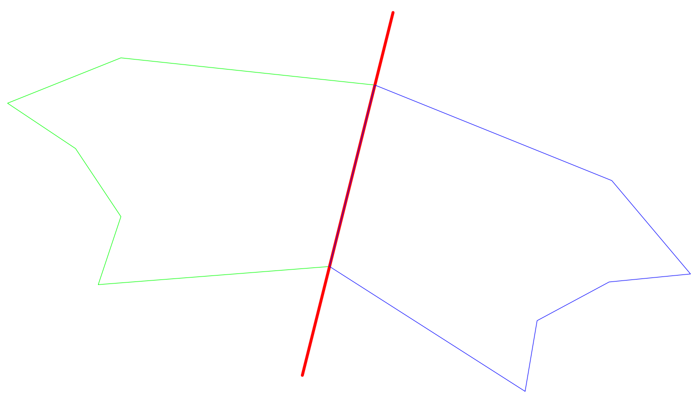


La figure verte et la figure bleue se superposent par pliage le long de la droite rouge. Elles ont la même forme et les mêmes dimensions.

Remarque : La symétrie par rapport à une droite est appelée **symétrie orthogonale** ou **symétrie axiale**. La droite est appelée **axe de symétrie**.

1.2 Axe de symétrie

Définition : Une droite (d) est un **axe de symétrie** d'une figure les deux parties de la figure se superposent par pliage le long de cette droite.



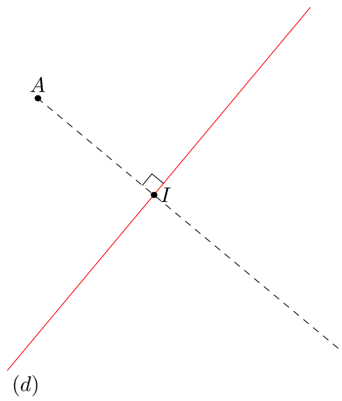
Remarques :

- le plus souvent, les figures n'ont pas d'axe de symétrie. par exemple, un triangle quelconque n'a pas d'axe de symétrie.

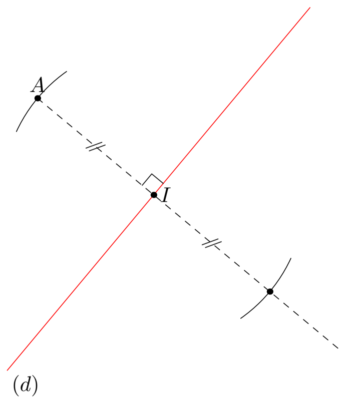
1.3 Symétrique d'un point

Définition : On dit que le point A' est **le symétrique** du point A par rapport à une droite (d) lorsque la droite (d) passe par le milieu du segment $[AA']$ et est perpendiculaire à la droite (AA'), autrement dit lorsque (d) **est la médiatrice du segment** $[AA']$.

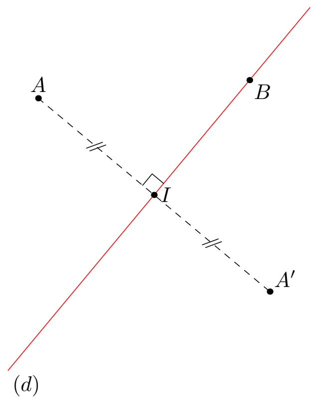
Construction du symétrique d'un point par rapport à une droite avec l'équerre et le compas :



On trace la perpendiculaire à la droite (d) passant par A.



Avec le compas, on pointe au point d'intersection de cette perpendiculaire et de l'axe, on prend l'écartement jusqu'au point A (*distance de* A *à la droite* (d)) et on reporte de l'autre côté de l'axe sur la perpendiculaire.



Le point d'intersection est le symétrique de A, on le note A'.
◁ Dans le cas où le point à transformer est sur l'axe, le point se transforme en lui-même : le symétrique de B est B.

Procédés de construction :

- *avec l'équerre et le compas (décrit plus haut) on trace la perpendiculaire à* (d) *passant par* A *: elle coupe* (d) *en* I*. On prend ensuite le compas pointé en* I *et on reporte la longueur* IA *de l'autre côté de* I *sur la perpendiculaire.*
- *avec le compas uniquement : on prend un écartement quelconque de compas mais assez grand pour que l'arc de cercle tracé avec le compas pointé en* A *rencontre*

(d) en deux points. Ensuite on complète le tracé comme pour faire un losange : on garde l'écartement en on trace deux arcs de cercle à partir des points formés : leur intersection est le symétrique de A par rapport à (d).

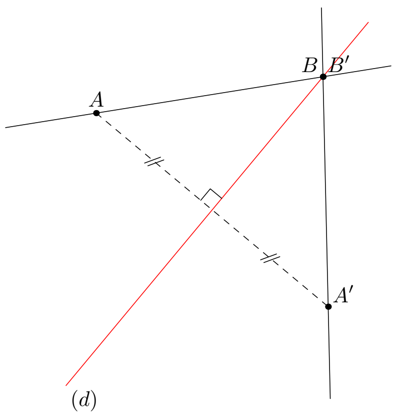
- *avec le compas uniquement : on prend deux points distincts quelconques M et N sur la droite (d), on prend le compas on trace le cercle de centre M passant par A puis le cercle de centre N et passant par A. Ces deux cercles se coupent bien entendu en A et aussi en A′ symétrique de A par rapport à (d).*

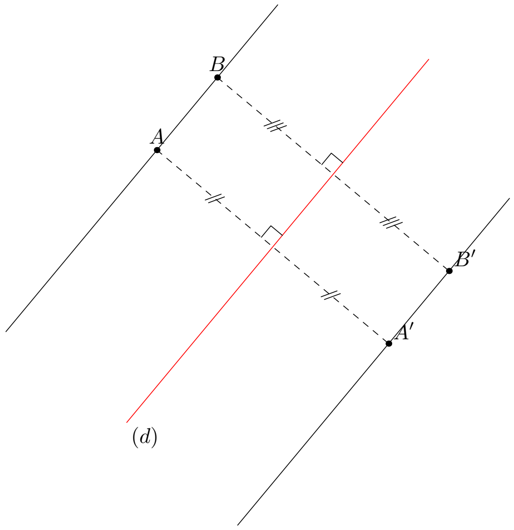
1.4 Symétrique de figures, propriétés de conservation

1.4.1 Droites

Propriété : Le symétrique d'une droite est une droite. Pour tracer le symétrique d'une droite, il suffit de construire les symétriques de deux de ses points.

Illustration :





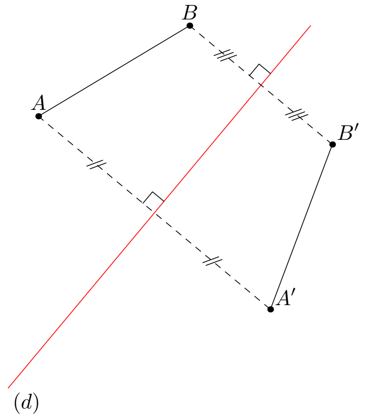
Si la droite est sécante à l'axe, il suffit de construire le symétrique d'un point distinct de l'intersection.

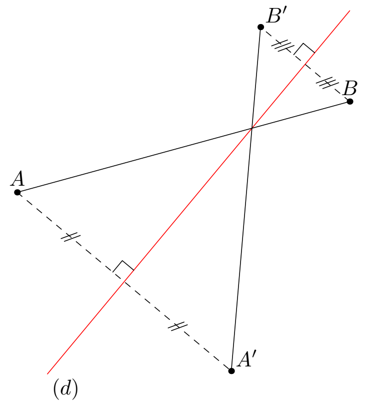
Si la droite est parallèle à l'axe, deux points sont nécessaires.

1.4.2 Segments

Propriété : Le symétrique d'un segment est un segment de même longueur. Pour construire le symétrique d'un segment, il suffit de construire les symétriques de ses extrémités.

Illustration :





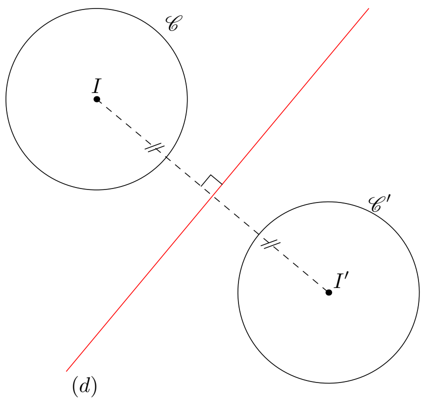
Si le segment n'est pas sécant à l'axe, il suffit de construire les symétriques des extrémités de ce segment.

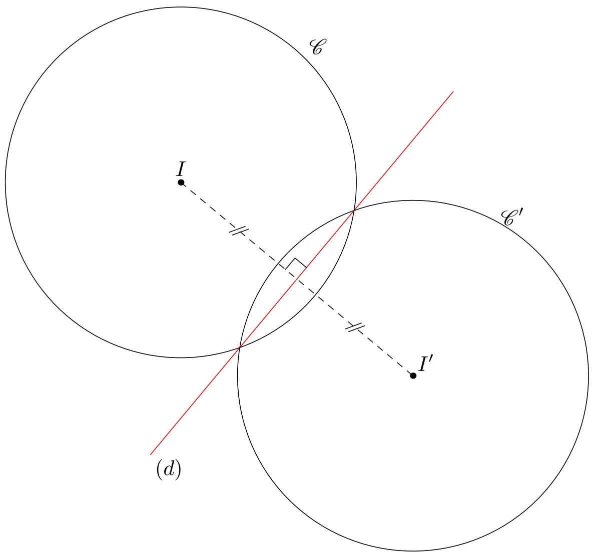
Si le segment est sécant à l'axe, il suffit de construire les symétriques des extrémités de ce segment en prenant bien garde à "passer" de l'autre côté de l'axe pour chaque point.

1.4.3 Cercle

Propriété : Le symétrique d'un cercle est un cercle de même rayon et qui a pour centre le symétrique du centre du premier cercle.

Illustration :





Il suffit de construire le symétrique de I, centre du cercle.

Il suffit de construire le symétrique de I, centre du cercle.

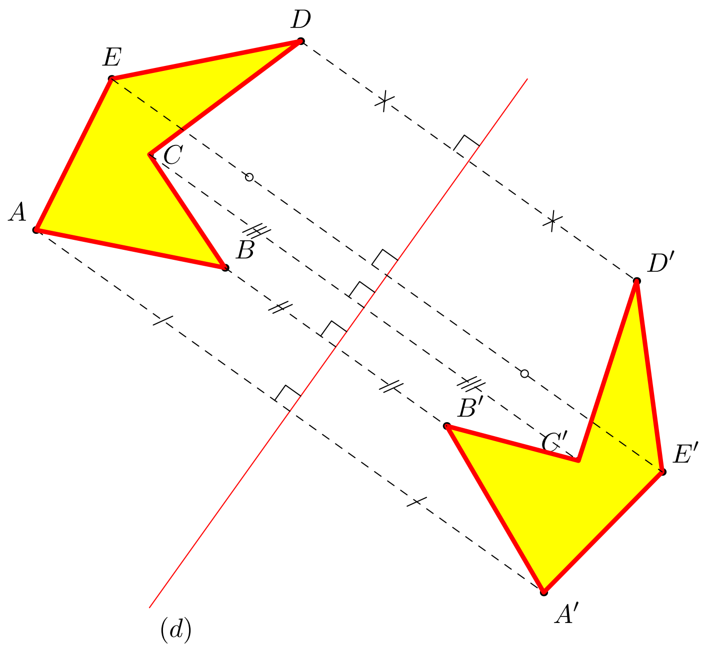
1.4.4 Autres propriétés

Propriété :

- deux figures symétriques ont le même aire et le même périmètre.
- deux angles symétriques ont même mesure.

Construire le symétrique d'une figure

Pour construire le symétrique d'une figure, on construit les symétriques de plusieurs de ses points et on utilise les propriétés de conservation.



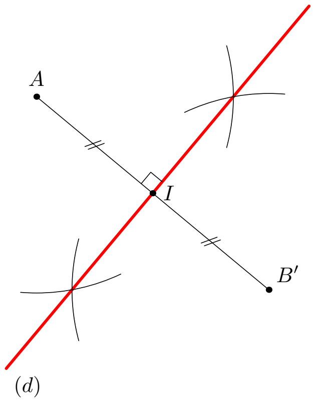
2 Symétrie axiale et figures usuelles

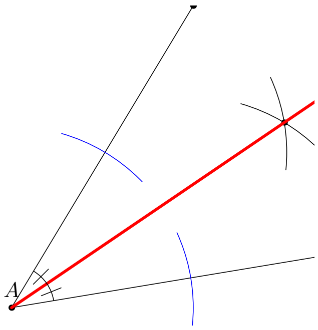
2.1 Segments et angles

Propriété :

- La médiatrice d'un segment est un axe de symétrie de ce segment.
- La bissectrice d'un angle est l'axe de symétrie de cet angle.

Illustration :





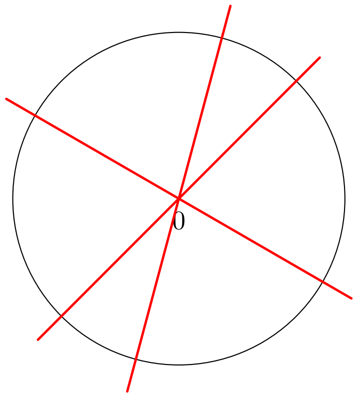
La médiatrice d'un segment est un axe de symétrie de ce segment.

La bissectrice d'un angle est l'axe de symétrie de cet angle.

2.2 Cercles

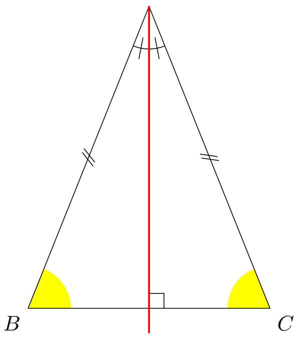
Propriété : Toutes les droites passant par le centre d'un cercle sont des axes de symétries de ce cercle.

Illustration :



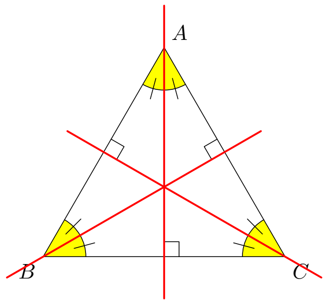
2.3 Axes de symétries des triangles et quadrilatères particuliers

2.3.1 Triangles



Un triangle isocèle a **un axe de symétrie** : la médiatrice de sa base. Cet axe est aussi la bissectrice de son angle principal.

Propriété des angles : dans un triangle isocèle, les angles à la base sont de même mesure.



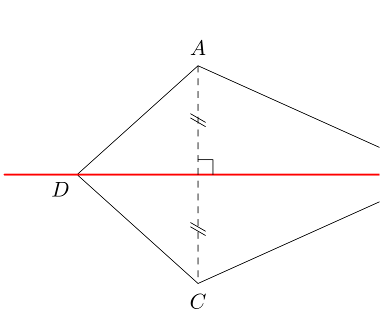
Un triangle équilatéral a **trois axes de symétrie** : les médiatrice de ses côtés. Ces axes sont aussi les bissectrices de ses angles.

Propriété des angles : dans un triangle équilatéral, les angles ont la même mesure (=60°).

A retenir :

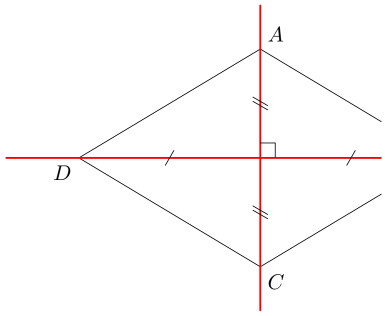
- *Un axe de symétrie d'un triangle est toujours la bissectrice d'un de ses angles.*
- *Un axe de symétrie d'un triangle est toujours la médiatrice d'un de ses côtés.*

2.3.2 Quadrilatères



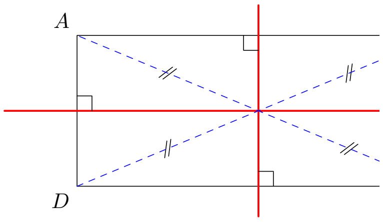
Un cerf-volant a **un axe de symétrie** : sa grande diagonale.

Propriété des diagonales : dans un cerf-volant, les diagonales sont perpendiculaires.



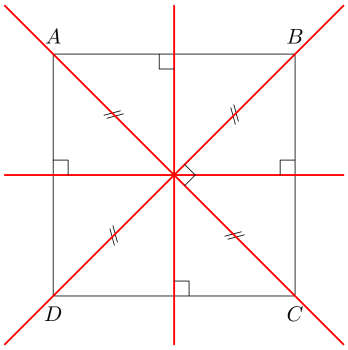
Un losange a **deux axes de symétrie** : ses diagonales.

Propriété des diagonales : dans un losange, les diagonales sont perpendiculaires et se coupent en leur milieu.



Un rectangle a **deux axes de symétrie** : les médiatrices de ses côtés.

Propriété des diagonales : dans un rectangle, les diagonales se coupent en leur milieu et elles ont la même longueur.



Un carré a **quatre axes de symétrie** : ses diagonales et les médiatrices de ses côtés.

Propriété des diagonales : dans un carré, les diagonales se coupent en leur milieu, sont perpendiculaires et ont la même longueur.

A retenir :

Un axe de symétrie d'un quadrilatère est toujours une diagonale ou la médiatrice d'un côté.