Références au programme

Programme officiel

Contenus	Compétences exigibles	Commentaires
Effectifs cumulés, fréquences cumulées. Moyennes pondérées. Initiation à l'utilisation de tableurs grapheurs.	Calculer des effectifs cumulés, des fréquences cumulées. Calculer la moyenne d'une série statistique. Calculer une valeur approchée de la moyenne d'une série statistique regroupée en classes d'intervalles	L'élève sera confronté à des situations courantes où la méthode de calcul est à remettre en cause : par exemple, les différences constatées entre la moyenne annuelle des notes d'un élève calculée à partir de l'ensemble des notes de l'année ou à partir de la moyenne des moyennes trimestrielles. Les tableurs-grapheurs, utilisés dès la 5$^{\text{ème}}$ en technologie, introduisent une nouvelle manière de désigner une variable : par l'emplacement de la cellule où elle se trouve dans un tableau. Cette nouveauté est un enrichissement pour des utilisations dont on pourra donner des exemples. Pour les graphiques des choix successifs sont proposés, ils conduisent naturellement à examiner leur pertinence pour l'illustration d'une situation donnée.

Textes d'accompagnement

Au collège, l'enseignement de statistique descriptive a pour objectif de familiariser progressivement les élèves avec la démarche consistant à synthétiser, sous forme numérique ou graphique, des informations recueillies sur l'ensemble des éléments d'une population. L'essentiel de l'activité des élèves consiste à exploiter, de façon raisonnée, des documents adaptés à chaque classe, afin de développer leur autonomie dans ce domaine ; ces documents gagnent à être choisis en concertation avec d'autres disciplines.

Pour faciliter l'interprétation et l'analyse critique des résultats obtenus, chaque apprentissage est étalé sur deux années de collège. Ainsi, en classe de 5$^{\text{ème}}$, on poursuit la présentation de relevés statistiques sous forme de tableaux ou de graphiques abordée en classe de 6$^{\text{ème}}$, en s'intéressant à la pertinence du choix des classes et du mode de représentation graphique retenus. De même, les notions d'effectifs et de fréquences introduites en classe de 5$^{\text{ème}}$ trouvent un prolongement en classe de 4$^{\text{ème}}$, avec les effectifs cumulés et les fréquences cumulées. Avec la moyenne d'une série statistique, qui ne constitue pas une réelle nouveauté pour les élèves, on aborde en classe de 4$^{\text{ème}}$ une nouvelle phase de la synthèse des informations recueillies. Le programme insiste sur la distinction entre le cas où l'on dispose de données sur l'ensemble des éléments de la population étudiée et celui où les données concernent un regroupement de la population en classes d'intervalles ; dans ce dernier cas, la méthode mise en oeuvre ne permet d'obtenir qu'une valeur approchée de la moyenne de la population.

Sans introduire de nouveaux indicateurs de la tendance centrale d'une population, il peut être intéressant de faire observer aux élèves, dès la classe de 4$^{\text{ème}}$, que la moyenne d'une population dont les éléments sont rangés par ordre croissant ne sépare pas ceux-ci, en général, en deux parties de même effectif.

En 5$^{\text{ème}}$ et en 4$^{\text{ème}}$, la partie statistique fait intervenir d'autres rubriques du programme, les activités numériques et graphiques s'appuyant très largement sur la proportionnalité ; elle peut donc contribuer à donner du sens à ce concept dont l'acquisition est un des objectifs de l'enseignement des mathématiques au collège.

L'utilisation de tableurs-grapheurs offre la possibilité de limiter, à propos de quelques exemples nécessaires à une bonne compréhension des règles mises en jeu, le temps consacré à la réalisation manuelle des diagrammes figurant au programme. Avec ces logiciels, il est aussi possible de mener expérimentalement la recherche d'une répartition en classes, adaptée au problème posé, en visualisant rapidement les différentes allures des diagrammes associés.

1 Effectifs et fréquences

Définition Dans un tableau statistique, l'**effectif** est le nombre de réponses associées à chaque valeur.
L'ensemble des valeurs et des effectifs forme une **série statistique**.
En divisant l'effectif d'une valeur par l'effectif total, on obtient la **fréquence**.
En multipliant par 100 la fréquence, on obtient la **fréquence en pourcentage**.

Exemple : La standardiste d'une radio FM a noté le nombre d'appels téléphoniques reçus par tranches d'heures au cours d'une matinée. Elle obtient les résultats suivants :

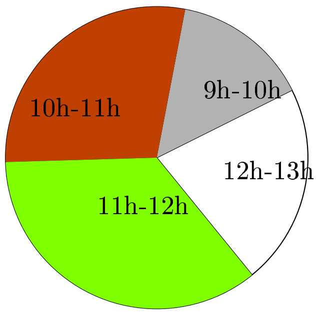
Tranches horaires	9h-10h	10h-11h	11h-12h	12h-13h	**Total**
Effectifs (nombres d'appels)	19	37	46	28	**130**
Fréquences	0,146	0,285	0,354	0,215	**1**
Fréquences en %	14,6	28,5	35,4	21,5	**100**

1. Compléter le tableau.
2. Représenter cette série statistique par un diagramme circulaire

Réponse à la question 2 :
Pour construire un diagramme circulaire, il faut calculer les mesures des angles de chaque valeur. Les angles au centre du disque sont proportionnels aux effectifs donc il s'agit de compléter un tableau de proportionnalité. Sachant qu'un tour complet mesure 360° et que celui-ci doit représenter l'effectif total 130, il faut compléter le tableau suivant :

Tranches horaires	9h-10h	10h-11h	11h-12h	12h-13h	**Total**
Effectifs (nombres d'appels)	19	37	46	28	**130**
Mesures d'angles au centre en degrés	52,6	102,5	127,4	77,5	**360**

On obtient alors le diagramme suivant :



2 Effectifs et fréquences cumulés

Définition Lorsque les valeurs sont rangées dans l'ordre croissant, on obtient **l'effectif cumulé croissant** d'une valeur en additionnant son effectif à ceux qui le précèdent (on additionne à partir de la gauche du tableau).
De la même manière, les **fréquences cumulées croissantes** s'obtiennent en divisant l'effectif cumulé croissant par l'effectif total.
Pour obtenir les effectifs ou les fréquences **cumulés décroissants**, on additionne à partir de la droite du tableau.

Remarque : les effectifs cumulés croissants indiquent quel est l'effectif de la série dont la valeur est inférieure à une valeur donnée.
Exemple : On reprend l'exemple précédent :

Tranches horaires	9h-10h	10h-11h	11h-12h	12h-13h
Effectifs (nombres d'appels)	19	37	46	28
Effectifs **cumulés croissants**	**19**	$19 + 37 = \mathbf{56}$	$19 + 37 + 46 = \mathbf{102}$	**Total des appels : 130**

Tranches horaires	9h-10h	10h-11h	11h-12h	12h-13h
Fréquences en %	14,6	28,5	35,4	21,5
Fréquences **cumulées décroissantes**	**Total des appels : 100**	$28{,}5 + 35{,}4 + 21{,}5 = \mathbf{85{,}4}$	$35{,}4 + 21{,}5 = \mathbf{56{,}9}$	21,5

3 Moyenne

Définition La **moyenne** d'une série statistique est le quotient de la somme de toutes les valeurs par l'effectif total de cette série :

$$\text{moyenne} = \frac{\text{somme de toutes les valeurs}}{\text{effectif total de la série}}$$

Exemple : Dans une usine, sept employés calculent le salaire moyen (en €) des salaires de leur atelier.

$$\frac{760 + 825 + 915 + 990 + 1065 + 1160 + 1296}{7} \approx 1002$$

Le salaire moyen des employés de cet atelier s'élève environ à 1002 €.

4 Moyenne pondérée

Définition La **moyenne pondérée** d'une série statistique est le quotient de la somme des valeurs, affectées chacune de leur coefficient,par la somme totale des coefficients.

Exemple : Dans une classe de 28 élèves, les notes à un devoir se répartissent de la manière suivante :

Notes	6	7	8	9	10	11	12	13	15	17
Effectifs	2	1	2	4	6	3	3	3	2	2

Nous représentons cette série par un diagramme en barres (FIG. 1).

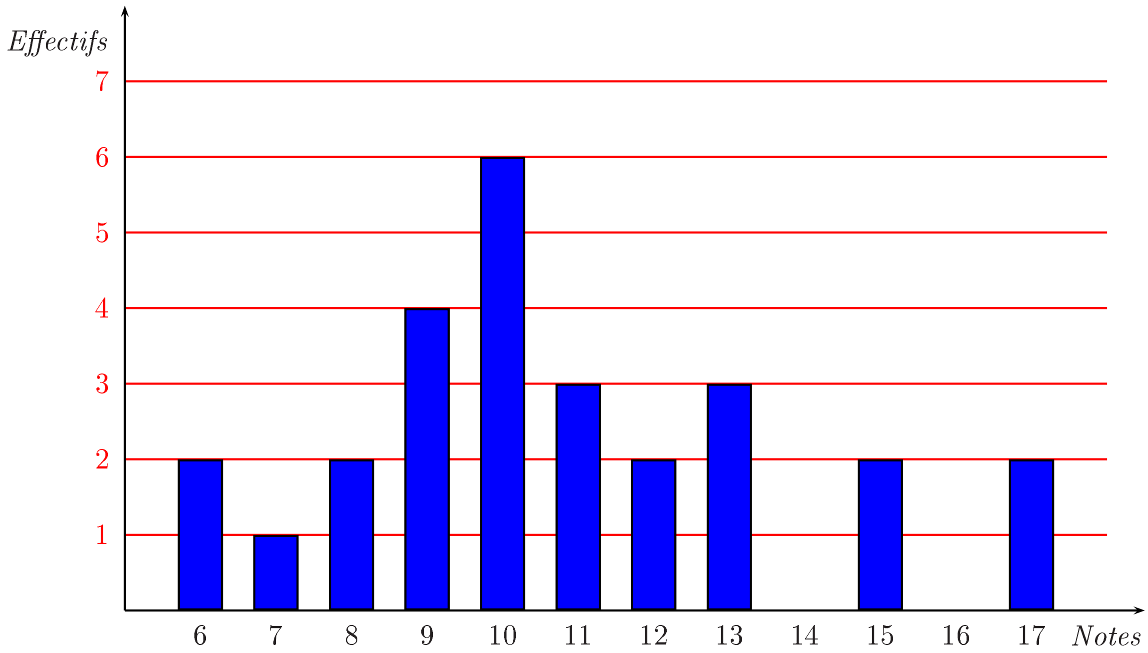


FIG. 1 – **Diagramme en barres :** La hauteur des barres est égale aux effectifs

Pour calculer la moyenne, on effectue le calcul suivant :

$$\frac{6\times 2+7\times 1+8\times 2+9\times 4+10\times 6+11\times 3+12\times 3+13\times 3+15\times 2+17\times 2}{2+1+2+4+6+3+3+3+2+2}=\frac{303}{28}\approx 10,8$$

Pour calculer la moyenne pondérée d'une série de valeurs, il faut :
- calculer les produits de chaque valeur par leur coefficient ;
- calculer la somme de ces produits ;
- puis diviser le résultat par la somme des coefficients.

5 Répartition en classes et moyenne

Il arrive dans certains cas qu'une série statistique soit répartie en classes, c'est-à-dire que l'on prend des intervalles de valeurs :
Exemple : Le tableau ci-dessous présente la répartition de 2000 adultes suivant leur taille :

Tailles en cm	[140 ; 150[	[150 ; 160[	[160 ; 170[	[170 ; 195[
Effectifs	48	397	913	642

Il est impossible a priori de calculer la moyenne de cette série puisqu'on ne connait pas les valeurs des tailles et leurs effectifs. On considère alors que la valeur au centre de la classe va représenter la classe. On calcule alors la moyenne pondérée pour obtenir une valeur approchée de la moyenne de la série.

Tailles en cm	[140 ; 150[	[150 ; 160[	[160 ; 170[	[170 ; 195[
Centre de la classe	145	155	165	182,5
Effectifs	48	397	913	642

Pour calculer la taille moyenne, on effectue le calcul suivant :

$$\frac{145\times 48+155\times 397+165\times 913+145\times 642}{2000}\approx 168$$

La taille moyenne de ce groupe d'adultes est d'environ 168 cm.

6 Eléments historiques et culturels

Les activités statistiques remontent à la plus haute Antiquité et correspondent à des recueils de données chiffrées. Le mot "statistique" appartient au langage administratif et apparaît en 1664 dans les premières enquêtes lancées par Colbert, ministre de Louis XIV, pour recenser la population, les fermages et les animaux sur toute la France. Connaître et expliquer les phénomènes sociaux et économiques nécessite le besoin de représenter pour visualiser, d'où diverses formes de graphiques, en barres ou en secteurs, mais aussi le besoin de résumer la masse de données recueillies. Plusieurs paramètres sont alors créés : le "mode" (valeur apparaissant le plus fréquemment) et des "moyennes".
C'est à l'astronomie que l'on doit l'origine de ces concepts. Les Babyloniens et les Grecs avaient repéré la position de certaines étoiles et la périodicité de leur mouvement après un grand nombre de mesures et calculs. Tycho Brahé (1546-1601) fait, lui aussi, de multiples observation d'une même quantité pour en estimer une valeur la plus juste possible. Il cherche à éliminer le maximum d'erreurs dans ses observations et calculs et, pour estimer la valeur qui lui paraît la plus juste possible, il utilise la moyenne arithmétique.
Les sondages n'arriveront que plus tard au début du XIX^{ème} lorsque des méthodes de relevés partiels permettront de rendre compte aussi précisément des phénomènes.