Test d'égalité : Méthode générale

Une expression comportant un nombre inconnu, souvent noté x est un programme de calcul. Par exemple, l'expression « $3x + 1$ » est un programme de calcul. On peut exprimer ce programme de calcul comme suit : « *choisir un nombre, prendre son triple puis ajouter un au résultat* ». Il faut distinguer la valeur du nombre de départ x et la valeur du programme de calcul (ou de l'expression) en x. On peut schématiser ce programme de calcul, que l'on appellera p comme suit :

$$p \ : \ \boxed{x} \xrightarrow{\boxed{\times 3}} 3x \xrightarrow{\boxed{+1}} 3x + 1$$

Une égalité comportant un nombre inconnu, encore noté x, est une égalité entre DEUX programmes de calculs.

Si on donne une valeur au nombre x, les deux programmes de calculs auront :

- soit des valeurs différentes, l'égalité ne sera pas vérifiée ;
- soit la même valeur, l'égalité sera vraie.

Ainsi,

- dans le cas où l'égalité n'est pas vérifiée, on dit que la valeur donnée au nombre x de départ **n'est pas une solution de l'équation proposée** ; et
- dans le cas où l'égalité est vraie, on dit que la valeur donnée au nombre x est une **solution de l'équation donnée**.

Voyons à présent comment **TESTER** une égalité.

Exemple. Tester l'égalité « $2x + 3 = 3x + 1$ » pour les valeurs $x = 1$ puis $x = 2$.

1. L'égalité proposée est constituée de deux programmes de calcul que l'on note p_1 et p_2. On a :

$$p_1 \ : \boxed{x} \xrightarrow{\boxed{\times 2}} 2x \xrightarrow{\boxed{+3}} 2x + 3 \qquad \Bigg\| \qquad p_2 \ : \boxed{x} \xrightarrow{\boxed{\times 3}} 3x \xrightarrow{\boxed{+1}} 3x + 1$$

2. On calcule séparément les valeurs de p_1 et p_2 pour une valeur de x.

$\boxed{\text{Pour } x = 1}$.

$$p_1 \ : \boxed{1} \xrightarrow{\boxed{\times 2}} 2 \xrightarrow{\boxed{+3}} \boxed{5} \qquad \Bigg\| \qquad p_2 \ : \boxed{1} \xrightarrow{\boxed{\times 3}} 3 \xrightarrow{\boxed{+1}} \boxed{4}$$

Pour $x = 1$, p_1 a la valeur 5. || Pour $x = 1$, p_2 a la valeur 4.

Comme $5 \neq 4$, l'égalité n'est pas vraie ; $x = 1$ n'est pas une solution de l'équation « $2x + 3 = 3x + 1$ ».

$\boxed{\text{Pour } x = 2}$.

$$p_1 \ : \boxed{2} \xrightarrow{\boxed{\times 2}} 4 \xrightarrow{\boxed{+3}} \boxed{7} \qquad \Bigg\| \qquad p_2 \ : \boxed{2} \xrightarrow{\boxed{\times 3}} 6 \xrightarrow{\boxed{+1}} \boxed{7}$$

Pour $x = 2$, p_1 a la valeur 7. || Pour $x = 2$, p_2 a la valeur 7.

Ainsi, l'égalité est vraie ; $x = 2$. Le nombre 2 est une solution de l'équation « $2x + 3 = 3x + 1$ ».