1 Coordonnées du milieu d'un segment :

On considère un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ dans lequel on a deux points : $A(x_A, y_A)$ et $B(x_B, y_B)$.
Les coordonnés du milieu $M(x_M, y_M)$ du segment $[AB]$ sont définies par :

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2} \qquad y_M = \frac{y_A + y_B}{2}$$

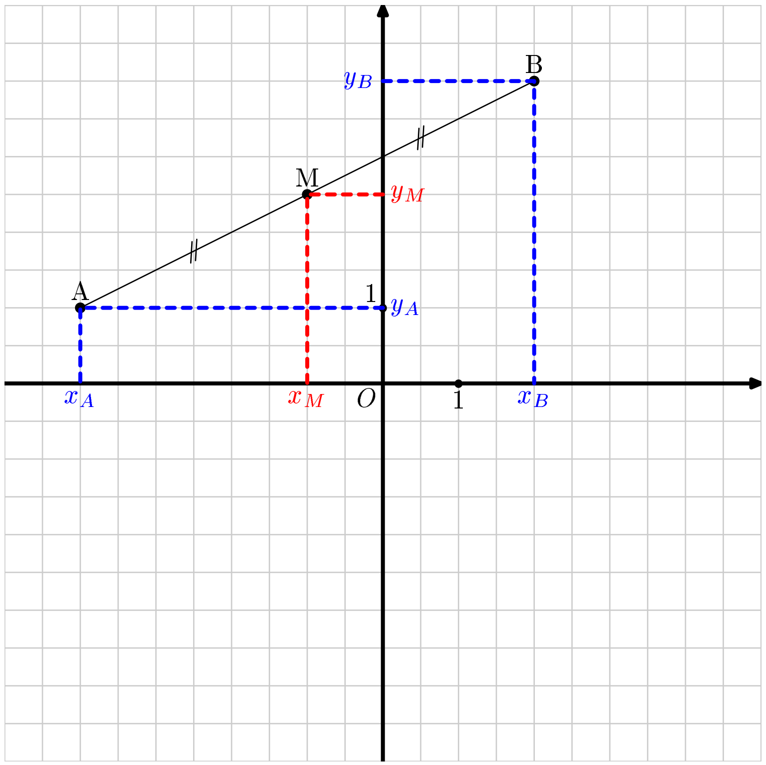
Remarque 1 *x_M est donc la moyenne arithmétique des abscisses x_A et x_B, de même que y_M est celle des ordonnées y_A et y_B de A et B.*

Exemple 1 *On donne $A(-4; 1)$ et $B(2; 4)$, on veut calculer les coordonnées du milieu M de $[AB]$.*

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{-4 + 2}{2} = -1$$

$$y_M = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{1 + 4}{2} = \frac{5}{2}$$

M a donc pour coordonnées $M(-1; \frac{5}{2})$, ce qu'on vérifie immédiatement sur la figure.



M est le milieu de $[AB]$

2 Coordonnées d'un vecteur :

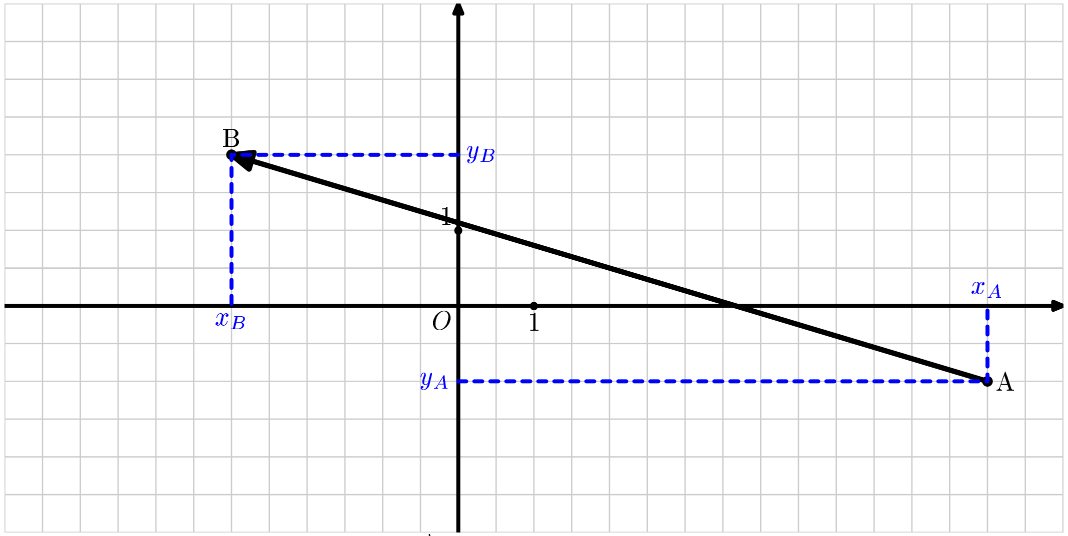
On considère un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ dans lequel on a deux points : $A(x_A, y_A)$ et $B(x_B, y_B)$.
Les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$ sont :

$$\overrightarrow{AB}(x_B - x_A; y_B - y_A)$$

Exemple 2 *On donne $A(7; -1)$ et $B(-3; 2)$, on veut calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$.*

$$\overrightarrow{AB}(-3 - 7; 2 + 1)$$

$$\overrightarrow{AB}(-10; 3)$$

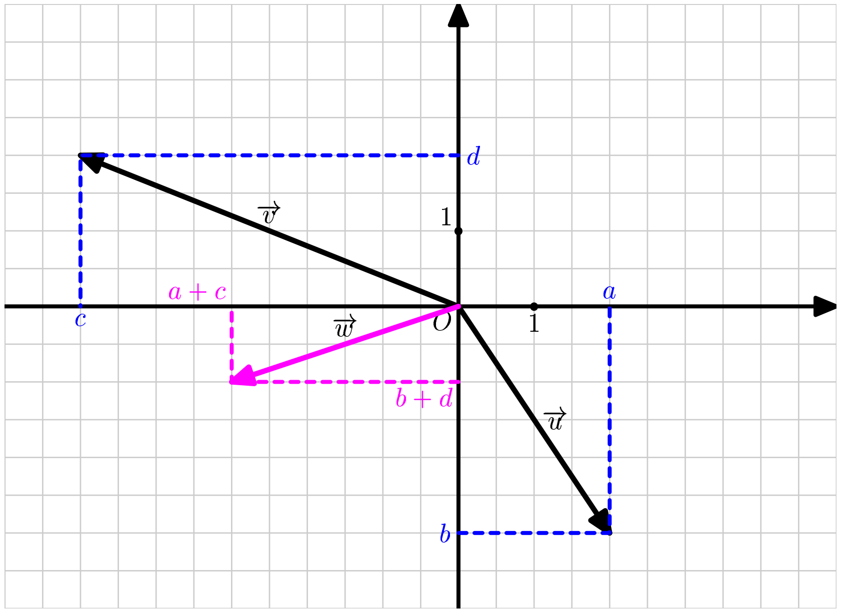


A et B sont placés, et le vecteur $\overrightarrow{AB}$ représenté par une flèche allant de A à B.

3 Coordonnées d'un vecteur somme :

On considère un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ dans lequel on a deux vecteurs $\vec{u}(a; b)$ et $\vec{v}(c, d)$. Le vecteur $\vec{w} = \vec{u} + \vec{v}$ a pour coordonnées $\vec{w}(a + c; b + d)$

Exemple 3 *On donne $\vec{u}(2; -3)$ et $\vec{v}(-5; 2)$. On a alors les coordonnées du vecteur* $\vec{w} = \vec{u} + \vec{v} = (2 - 5; -3 + 2) = (-3; -1)$

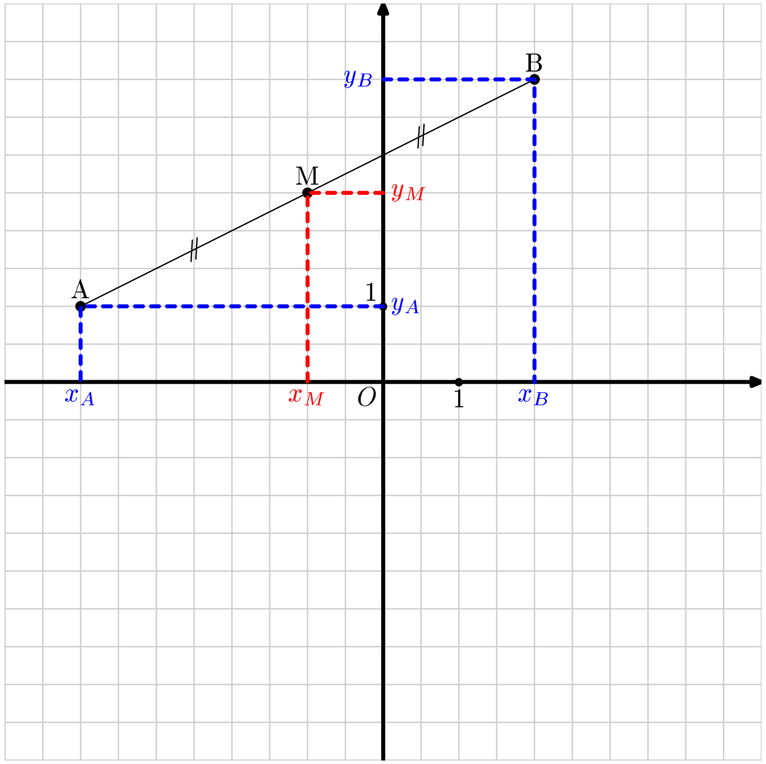


4 Distance entre deux points :

On considère un repère orthonormal $(O, \vec{i}, \vec{j})$, c'est à dire un repère dans lequel les axes des abscisses et des ordonnées sont perpendiculaires et les unités sur ces axes sont les mêmes.On suppose qu'on a deux points : $A(x_A, y_A)$ et $B(x_B, y_B)$ dans ce repère. La distance AB est alors égale à :

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

Il est très facile de retrouver ce résultat, qui n'est en fait qu'une application du théorème de Pythagore (voir la figure suivante). On construit un point C de sorte que le triangle ABC soit rectangle en C (il y a donc deux possibilités), on a d'après le théorème de Pythagore : $AB^2 = AC^2 + CB^2$, donc $AB = \sqrt{AC^2 + CB^2}$. Comme $AC^2 = (x_B - x_A)^2$ et que $CB^2 = (y_B - y_A)^2$, on en déduit la formule donnée.



Exemple 4 *On donne $A(-4; 1)$ et $B(2; 4)$, on veut calculer la distanceAB.*
$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$ *soit* $AB = \sqrt{(2 - (-4))^2 + (4 - 1)^2} = \sqrt{36 + 9} = 3\sqrt{5}$.

Remarque 2 *C'est bien parce que le repère est orthonormal que l'on peut appliquer cette formule, s'il ne l'était pas, ABC ne serait pas un triangle rectangle et on ne pourrait plus apliquer le théorème de Pythagore.*