Triangle rectangle et cercle circonscrit.

Septembre 2004

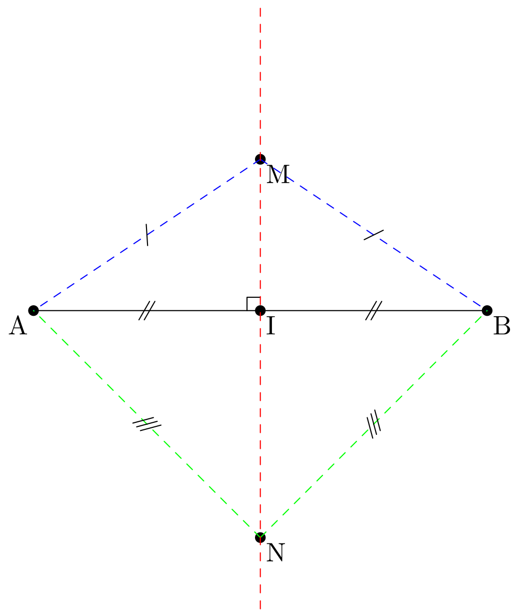
Table des matières

1 Rappels **1**
1.1 Médiatrice d'un segment 1
1.2 Cercle circonscrit à un triangle 1

2 Triangle rectangle et cercle circonscrit **2**

1 Rappels

1.1 Médiatrice d'un segment



*M et N appartiennent tous les deux à la médiatrice de $[AB]$, ils sont **équidistants** de A et B.*

Définition 1 *La médiatrice (d) d'un segment $[AB]$ est la droite qui coupe $[AB]$ perpendiculairement en son milieu I.*

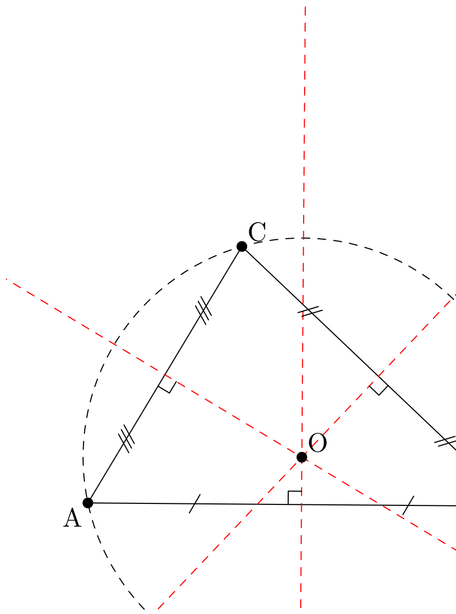
La médiatrice d'un segment peut se co

1. A l'equerre et à la règle graduée.
2. Au compas et à la règle non gradu

Propriété 1 *Si un point M apparti équidistant des extrêmités A et B du*

Propriété 2 ***(Réciproque)*** *Si un po d'un segment, alors il appartient à la*

1.2 Cercle circonscrit à un



Propriété 3 *Les médiatrices des côt point d'intersection de celles-ci est le c Il est équidistant des trois sommets du*

Démonstration : Soit M un point a qu'il existe un tel point, sinon le trian $MA = MB$ et $MA = MC$. Par consé à la médiatrice de $[BC]$. M est donc égale distance des sommets A,B et C d celui-ci.

Remarque : En pratique, pour trouv conque, on ne trace que deux des trois m

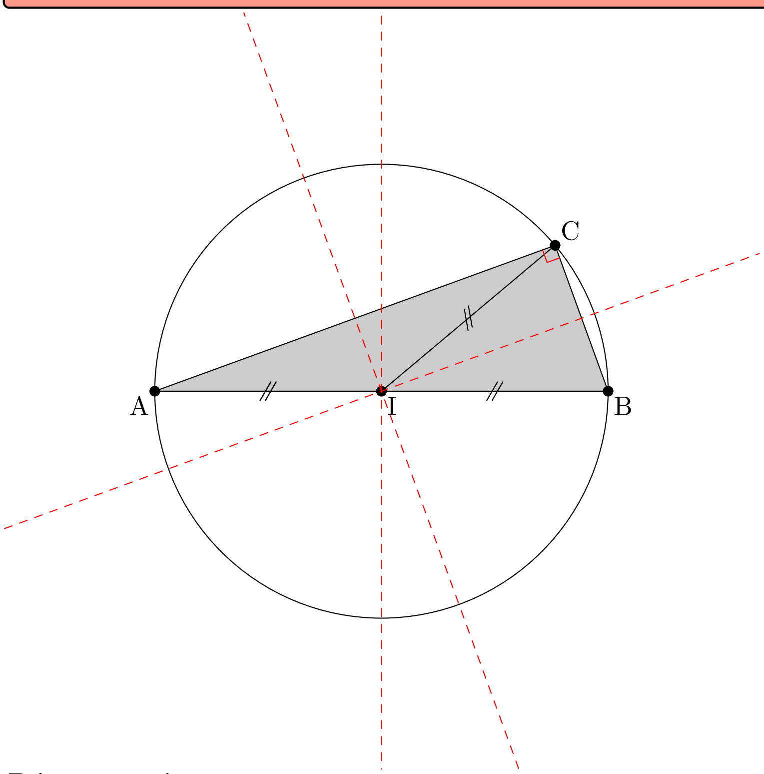
Exercices d'application :

1. Deux cercles $\mathcal{C}(O,R)$ et $\mathcal{C}'(O,R')$ sont sécants en deux points A et B. Prouver que (OO') est la médiatrice de $[AB]$.
2. Tracer un cercle C à l'aide d'un verre ou d'une pièce de monnaie. Expliquer la construction du centre O du cercle C.

2 Triangle rectangle et cercle circonscrit

Définition 2 *Dans un triangle rectangle, l'**hypoténuse** est le côté opposé à l'angle droit. C'est aussi le plus grand côté d'un triangle rectangle.*

Théorème 1 *Le centre du cercle circonscrit à un triangle rectangle est le milieu de l'hypoténuse.*



Cercle circonscrit à un triangle rectangle centré en I, milieu de l'hypoténuse.

Démonstration :
Soit ABC un triangle rectangle en C. I est le milieu de $[AB]$. Soit M le symétrique de C par rapport à I. Par symétrie, I est le milieu des diagonales du quadrilatère $ACBM$. Il s'agit donc d'un parallélogramme. Comme il a un angle droit, $ACBM$ est un rectangle. On en déduit que les diagonales $[AB]$ et $[CM]$ sont de même longueur et que les segments, $[IA]$, $[IB]$, $[IM]$ et $[IN]$ sont de même longueur. Il existe donc un cercle de centre I et de rayon $[IA]$ qui passe par les points A, B, M et C. Le cercle circonscrit à ACB a donc pour centre I et pour diamètre $[AB]$.

Remarque :
Le théorème, attribué à Thalès, est u
points sont cocycliques, c'est à dire s
cercle.

Conséquences :
– *Si un triangle est rectangle, son hyp*
rayon du cercle circonscrit est donc
– *La médiane issue de l'angle droit du t*
– *Dans un triangle rectangle, les méd*
poténuse

Théorème 2 ***(Réciproque)*** *Si un*
cercle ayant pour diamètre un de ses

Remarque pratique :
Ce théorème permet de montrer qu'un
On ne doit pas écrire "Comme le trian
l'hypoténuse $[BC]$ alors..." puisque, da
ABC est un triangle rectangle. Il faut
demi cercle de diamètre $[BC]$, alors A
Conséquence : *Si le milieu d'un côté*
ce triangle est rectangle.
Démonstration : Il suffit de reprendr