Chapitre 1 (quatrième): Opérations sur les nombres relatifs..

C.Kibleur

Septembre 2004

Table des matières

1 Rappels de cinquième :

1.1 Addition de relatifs :

Règle: *Pour additionner deux nombres relatifs de même signe, on garde le signe commun et on ajoute les parties numériques*

$(+4) + (+3) = (+7)$
$(-2) + (-5) = (-7)$

Règle: *Pour additionner deux nombres relatifs de signes contraires, on garde le signe du nombre qui a la plus grande partie numérique et on soustrait la plus grande à la plus petite partie numérique.*

Exemples :
$(+4) + (-3) = (+1)$
$(-7) + (+5) = (-2)$

Remarques :

1. L'addition est commutative : si a et b sont des relatifs quelconques, $a + b = b + a$.
2. La somme de deux nombres opposés est toujours nulle.

1.2 Soustraction de relatifs :

Règle: *Soustraire un nombre, c'est ajouter son opposé.*

Exemples :
$(-7) - (+5) = (-7) + (-5) = -12$
$(+11) - (-3) = (+11) + (+3) = +14$

1.3 Priorités dans les calculs :

Règle: *Pour calculer une expression numérique, il est impératif de respecter les étapes suivantes :*

1. *Effectuer les calculs dans les parenthèses en commençant par les parenthèses les plus intérieures.*
2. *Effecuer les puissances.(nouveau en quatrième)*
3. *Effectuer les multiplications et les divisions.*
4. *Effectuer les additions et les soustractions (voir les nombres relatifs).*

1.4 Applications :

Enoncé :
Calculons, en détaillant, les expressions suivantes :
$A = (4 \times 3 - 5) + (5 \times 3^2 + 9) \div 6 + 8$
$B = [(5 + 2 \times 4) \times 4 - 3] \div 7 - 3 \times 7$.

Solution :
$A = (4 \times 3 - 5) + (5 \times 3^2 + 9) \div 6 + 8$
$A = (12 - 5) + (5 \times 9 + 9) \div 6 + 8$
$A = 7 + (45 + 9) \div 6 + 8$
$A = 7 + 54 \div 6 + 8$
$A = 7 + 9 + 8$
$A = 16 + 8$
$A = 24$

$B = [(5 + 2 \times 4) \times 4 - 3] \div 7 - 3 \times 7$
$B = [(5 + 8) \times 4 - 3] \div 7 - 21$
$B = [13 \times 4 - 3] \div 7 - 21$
$B = (52 - 3) \div 7 - 21$
$B = 49 \div 7 - 21$
$B = 7 - 21$
$B = -14$

1.5 Utilisation des écritures simplifiées :

– On ne mettra plus de parenthèses autour des nombres positifs.
– On n'écrira plus le signe "+" devant le 1^{er} terme s'il est positif.

On peut supprimer un certain nombre de parenthèses comme le montrent les exemples suivants :
$+(+5) = 5$
$+(-5) = -5$
$-(+5) = -5$
$-(-5) = 5$.

Par contre, il est impossible d'écrire deux signes ($+$, $-$, $\times$ et $\div$) côte à côte sans les séparer par des parenthèses. Ainsi,
- $(-8) \times (+4)$ peut s'écrire -8×4,
- mais $(+9) \times (-6)$ s'écrit $9 \times (-6)$.

En tenant compte des remarques précédentes, on obtient les simplifications des écritures suivantes :
$A = (+8) + (-4) \times (+5) - (-6) = 8 - 4 \times 5 + 6 = 8 - 20 + 6 = -6$
$B = (-7) - (-5) + (+3) \times (-4) - (+9) = -7 + 5 + 3 \times (-4) - 9 = -2 - 12 - 9 = -23$

2 Multiplications et divisions de nombres relatifs

2.1 Multiplication de relatifs :

Règle: *Le produit de deux nombres de mêmes signes est toujours positif ;*
Le produit de deux nombres de signes différents est toujours négatif.
Pour multiplier deux nombres relatifs, on multiplie les parties numériques des deux nombres et on applique la règle des signes pour obtenir le signe du résultat.

On pourra aussi retenir ce résultat sous la forme du tableau suivant :

$\times$	$+$	$-$
$+$	$+$	-
$-$	-	$+$

Exemples :
$(+4) \times (+3) = (+12)$
$(-2) \times (-5) = (+10)$
$(-3) \times (+4) = (-12)$
$(+5) \times (-7) = (-35)$

Conséquences :
- Le carré d'un nombre relatif est toujours positif.
- Le signe d'un produit quelconque de nombres relatifs ne dépend que du nombre de facteurs négatifs dans ce produit.
- Le produit d'un nombre pair de facteurs négatifs est positif.
- Le produit d'un nombre impair de facteurs négatifs est négatif.

Méthode: *Pour calculer le produit de plusieurs nombres relatifs non nuls, on cherchera d'abord à connaître le signe du résultat en sachant que le produit sera :*
– positif s'il comporte un nombre pair de facteurs négatifs ;
– négatif s'il comporte un nombre impair de facteurs négatifs.

Exemple :
$A = -10 \times 3 \times (-3) \times 5 \times (-2)$
Comporte trois facteurs négatifs ;A sera donc négatif. Ainsi, $A = -900$.

2.2 Division de relatifs :

Règle: *Pour diviser deux nombres relatifs (non nuls), on divise les parties numériques et on applique la même règle des signes que pour la multiplication.*

Exemples :
$-10 \div 5 = -2$
$10 \div (-5) = -2$
$-10 \div (-5) = 2$
$10 \div 5 = 2$