**Exercice 1**

1.

$A = 3\sqrt{54} - 7\sqrt{6} - \sqrt{2} \times \sqrt{12} = 3 \times \sqrt{9} \times \sqrt{6} - 7\sqrt{6} - \sqrt{24} = 9 \times \sqrt{6} - 7\sqrt{6} - 2\sqrt{6} = 0$

$A$ est donc bien un nombre entier.

2.a.

J'applique le théorème de Pythagore dans le triangle $ABC$ rectangle en $B$ :

$AC^2 = AB^2 + BC^2$

soit $AC^2 = (\sqrt{10} - \sqrt{8})^2 + (\sqrt{10} + \sqrt{8})^2$

$AC^2 = 10 + 8 - 2\sqrt{80} + 10 + 8 + 2\sqrt{80} = 36$ d'où $AC = 6$.

b.

$$A_{ABC} = \frac{AB \times AC}{2} = \frac{(\sqrt{10} - \sqrt{8}) \times (\sqrt{10} + \sqrt{8})}{2} = \frac{10 - 8}{2} = 1$$

L'aire de $ABC$ est 1 unité d'aire.

**Exercice 2**

1.

$$\begin{aligned} C &= (3x-1)^2 - (12x-4)(2x+5) \\ &= 9x^2 - 6x + 1 - [24x^2 + 60x - 8x - 20] \\ &= 9x^2 - 6x + 1 - 24x^2 - 60x + 8x + 20 \\ &= -15x^2 - 58x + 21 \end{aligned}$$

2.

On prend l'expression de départ qui fait apparaître des zéros.

$$C = (3 \times \frac{1}{3} - 1)^2 - (12 \times \frac{1}{3} - 4)(2 \times \frac{1}{3} + 5) = (1-1)^2 - (4-4)(2 \times \frac{1}{3} + 5) = 0$$

3.

$12x - 4 = 4(3x - 1)$

$$\begin{aligned} C &= (3x-1)^2 - (12x-4)(2x+5) \\ &= (3x-1)^2 - 4(3x-1)(2x+5) \\ &= (3x-1)[(3x-1) - 4(2x+5)] \\ &= (3x-1)(3x - 1 - 8x - 20) \\ &= (3x-1)(-5x-21) \end{aligned}$$

4.

$C = 0$ est équivalent à $(3x-1)(-5x-21) = 0$.

Un produit de facteurs est nul si et seulement si un de ses facteurs est nul.

$$\begin{array}{lll} 3x - 1 = 0 & ou & -5x - 21 = 0 \\ 3x = 1 & ou & -5x = 21 \\ x = \frac{1}{3} & ou & x = \frac{21}{-5} = -4,2 \end{array}$$

Les solutions de $C = 0$ sont $\frac{1}{3}$ et $-4,2$.

**Exercice 3**

$x^3 - 9x^2 = 0$

$x^2(x-9) = 0$

Un produit de facteurs est nul si et seulement si un de ses facteurs est nul.

$x^2 = 0$ ou $x - 9 = 0$

$x = 0$ ou $x = 9$

Les solutions de l'équation sont $0$ et $9$.

$4x^2 = 36$

$4x^2 - 36 = 0$

$(2x-6)(2x+6) = 0$

Un produit de facteurs est nul si et seulement si un de ses facteurs est nul.

$2x - 6 = 0$ ou $2x + 6 = 0$

$x = 3$ ou $x = -3$

Les solutions de l'équation sont $3$ et $-3$.

$\frac{25}{4}x^2 - 5x + 1 = 0$

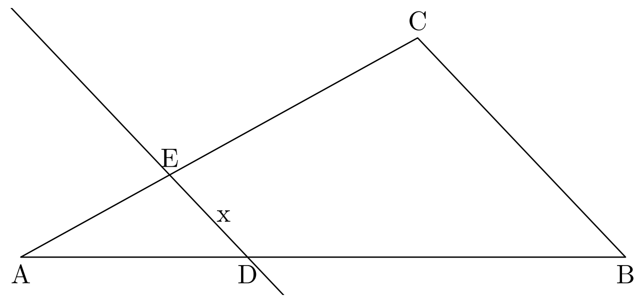
$(\frac{5}{2}x - 1)^2 = 0$

Un produit de facteurs est nul si et seulement si un de ses facteurs est nul.

$\frac{5}{2}x - 1 = 0$ $\frac{5}{2}x = 1$ $x = 1 \times \frac{2}{5} = \frac{2}{5} = 0,4$

La solution de l'équation est $0,4$.

**Exercice 4**




2. Les points $A$, $E$ et $C$ sont alignés ainsi que les points $A$, $D$ et $B$. Les droites $(DE)$ et $(CB)$ sont parallèles. On peut donc appliquer le théorème de Thalès :

$$\frac{AE}{AC} = \frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC}$$

$$\frac{AE}{6} = \frac{AD}{8} = \frac{x}{4}$$

d'où $AD = \frac{x}{4} \times 8 = 2x$ et $AE = \frac{x}{4} \times 6 = \frac{3}{2}x$.

3. Les points $A$, $E$ et $C$ sont alignés ainsi que les points $A$, $D$ et $B$.

D'où $EC = AC - AE = 6 - \frac{3}{2}x$ et $DB = AB - AD = 8 - 2x$.

4.

$P_{ADE} = AD + DE + AE = 2x + x + \frac{3}{2}x = 4,5x$

et $P_{DECB} = DE + EC + CB + BD = x + 6 - \frac{3}{2}x + 4 + 8 - 2x = -2,5x + 18$

Les deux périmètres sont égaux si et seulement si :$4,5x = -2,5x + 18$ . On résoud l'équation.

$7x = 18$ soit $x = \frac{18}{7} \approx 2,6$ arrondi au dixième.

5. En plaçant $D$ tel que $DE \approx 2,6$, on constate que les deux périmètres sont environ égaux à un millimètre près à $11,5cm$.

**Bonus :** On appelle x le nombre de rangées faites dans le carré de Tim ; Il faut résoudre alors l'équation $x^2 + 20 = (x+1)^2 - 33$ soit $x^2 + 20 = x^2 + 2x + 1 - 33$ soit $20 + 33 - 1 = 2x$ soit $x = 52 \div 2 = 26$. Ils ont chacun 26 jetons.

**Exercice 1**

1.
$A = 7\sqrt{6} - 3\sqrt{54} + \sqrt{12} \times \sqrt{2} = 7 \times \sqrt{6} - 3 \times \sqrt{9}\sqrt{6} + \sqrt{24} = 7\sqrt{6} - 9 \times \sqrt{6} + 2\sqrt{6} = 0$
$A$ est donc bien un nombre entier.

2.a.
J'applique le théorème de Pythagore dans le triangle $ABC$ rectangle en $B$ :
$AC^2 = AB^2 + BC^2$
soit $AC^2 = (\sqrt{12} - \sqrt{6})^2 + (\sqrt{12} + \sqrt{6})^2$
$AC^2 = 12 + 6 - 2\sqrt{72} + 12 + 6 + 2\sqrt{72} = 36$ d'où $AC = 6$.

b.
$A_{ABC} = \dfrac{AB \times AC}{2} = \dfrac{(\sqrt{12} - \sqrt{6}) \times (\sqrt{12} + \sqrt{6})}{2} = \dfrac{12 - 6}{2} = 3$
L'aire de $ABC$ est **3** unités d'aire.

**Exercice 2**

1.
$$\begin{aligned} C &= (4x-1)^2 - (12x-3)(2x+5) \\ &= 16x^2 - 8x + 1 - [24x^2 + 60x - 6x - 15] \\ &= 16x^2 - 8x + 1 - 24x^2 - 60x + 6x + 15 \\ &= -8x^2 - 62x + 16 \end{aligned}$$

2.
On prend l'expression de départ qui fait apparaître des zéros.
$C = (4 \times \frac{1}{4} - 1)^2 - (12 \times \frac{1}{4} - 3)(2 \times \frac{1}{4} + 5) = (1-1)^2 - (3-3)(2 \times \frac{1}{4} + 5) = 0$

3.
$12x - 3 = 3(4x - 1)$
$$\begin{aligned} C &= (4x-1)^2 - (12x-3)(2x+5) \\ &= (4x-1)^2 - 3(4x-1)(2x+5) \\ &= (4x-1)[(4x-1) - 3(2x+5)] \\ &= (4x-1)(4x-1-6x-15) \\ &= (4x-1)(-2x-16) \end{aligned}$$

4.
$C = 0$ est équivalent à $(4x-1)(-2x-16) = 0$.
Un produit de facteurs est nul si et seulement si un de ses facteurs est nul.
$$\begin{array}{lll} 4x - 1 = 0 & ou & -2x - 16 = 0 \\ 4x = 1 & ou & -2x = 16 \\ x = \frac{1}{4} & ou & x = \frac{16}{-2} = -8 \end{array}$$
Les solutions de $C = 0$ sont $\frac{1}{4}$ et $-8$.

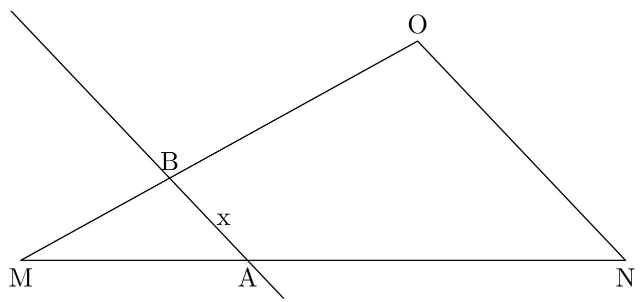
**Exercice 3**

$x^3 - 16x^2 = 0$
$x^2(x - 16) = 0$
Un produit de facteurs est nul si et seulement si un de ses facteurs est nul.
$x^2 = 0$ ou $x - 16 = 0$
$x = 0$ ou $x = 16$
Les solutions de l'équation sont $0$ et $16$.

$9x^2 = 25$
$9x^2 - 25 = 0$
$(3x - 5)(3x + 5) = 0$
Un produit de facteurs est nul si et seulement si un de ses facteurs est nul.
$3x - 5 = 0$ ou $3x + 5 = 0$
$x = \frac{5}{3}$ ou $x = -\frac{5}{3}$
Les solutions de l'équation sont $\frac{5}{3}$ et $-\frac{5}{3}$.

$\frac{49}{4}x^2 - 7x + 1 = 0$
$(\frac{7}{2}x - 1)^2 = 0$
Un produit de facteurs est nul si et seulement si un de ses facteurs est nul.
$\frac{7}{2}x - 1 = 0$ $\frac{7}{2}x = 1$ $x = 1 \times \frac{2}{7} = \frac{2}{7}$
La solution de l'équation est $\frac{2}{7}$.

**Exercice 4**




2. Les points $M$, $B$ et $O$ sont alignés ainsi que les points $M$, $A$ et $N$. Les droites $(AB)$ et $(ON)$ sont parallèles. On peut donc appliquer le théorème de Thalès :

$$\frac{MB}{MO} = \frac{MA}{MN} = \frac{AB}{NO}$$
$$\frac{MB}{6} = \frac{MA}{8} = \frac{x}{4}$$

d'où $MA = \frac{x}{4} \times 8 = 2x$ et $MB = \frac{x}{4} \times 6 = \frac{3}{2}x$.

3. Les points $M$, $B$ et $O$ sont alignés ainsi que les points $M$, $A$ et $N$.
D'où $BO = MO - MB = 6 - \frac{3}{2}x$ et $AN = MN - MA = 8 - 2x$.

4. $P_{MAB} = MA + AB + MB = 2x + x + \frac{3}{2}x = 4,5x$
et $P_{ABON} = AB + BO + ON + NA = x + 6 - \frac{3}{2}x + 4 + 8 - 2x = -2,5x + 18$
Les deux périmètres sont égaux si et seulement si :$4,5x = -2,5x + 18$ . On résoud l'équation.
$7x = 18$ soit $x = \frac{18}{7} \approx 2,6$ arrondi au dixième.

5. En plaçant $D$ tel que $DE \approx 2,6$, on constate que les deux périmètres sont environ égaux à un millimètre près à $11,5cm$.

**Bonus :** On appelle x le nombre de rangées faites dans le carré de Tim ; Il faut résoudre alors l'équation $x^2 + 20 = (x+1)^2 - 33$ soit $x^2 + 20 = x^2 + 2x + 1 - 33$ soit $20 + 33 - 1 = 2x$ soit $x = 52 \div 2 = 26$. Ils ont chacun 26 jetons.