Correction du Devoir de Mathématiques n°2 **402DM02c**

Exercice 1 :

1. *Trace un parallélogramme $ABCD$ de centre I tel que $AB = 5\,cm$, $BC = 3\,cm$ et $\widehat{ABC} = 65°$.*
2. *Calcule son périmètre.*

$$\mathcal{P}_{ABCD} = 2 \times (AB + BC)$$
$$\mathcal{P}_{ABCD} = 2 \times (5 + 3)$$
$$\mathcal{P}_{ABCD} = 16\,cm$$

3. *Place un point M à l'extérieur du parallélogramme $ABCD$. Construis le point N tel que le quadrilatère $MDNB$ soit un parallélogramme. Explique ta construction.*
Le quadrilatère $MDNB$ doit être un parallélogramme donc ses côtés opposés doivent être parallèles deux à deux. Je trace la droite (d_1), parallèle à la droite (MB) passant par D et la droite (d_2), parallèle à la droite (MD) passant par B. Les droites (d_1) et (d_2) se coupent en N.
4. (a) *Quel est le milieu du segment $[MN]$? Justifie la réponse.*
Comme $MBDN$ est un parallélogramme alors ses diagonales $[BD]$ et $[MN]$ ont le même milieu. Or, I est le milieu du segment $[BD]$. Donc I est aussi le milieu du segment $[MN]$.
(b) *Déduis-en que le quadrilatère $MANC$ est un parallélogramme.*
On sait que I est le milieu du segment $[AC]$ (d'après l'énoncé) et que I est le milieu du segment $[MN]$ (d'après la question précédente). Donc le quadrilatère $MANC$ a ses diagonales qui ont le même milieu donc $MANC$ est un parallélogramme.

Exercice 2 : *Soit EFC un triangle tel que $EF = 6\,cm$, $EC = 4\,cm$, $FC = 8\,cm$. Dans le triangle EFC, la hauteur issue de E coupe la droite (FC) en E' et la hauteur issue de F coupe la droite (EC) en F'.*

1. *Quel est le centre du cercle circonscrit au triangle $EE'F$? Quel est le rayon de ce cercle ?*
Le triangle $EE'F$ est rectangle en E' donc le centre de son cercle circonscrit est le milieu du segment $[EF]$ et son rayon est $\dfrac{1}{2}EF$.
2. *Quel est le centre du cercle circonscrit au triangle $FF'E$? Quel est le rayon de ce cercle ?*
Le triangle $FF'E$ est rectangle en F' donc le centre de son cercle circonscrit est le milieu du segment $[EF]$ et son rayon est $\dfrac{1}{2}EF$.
3. *Explique alors pourquoi les points E, F, E', F' sont sur un même cercle.*
Les points E' et F' sont sur le cercle de diamètre $[EF]$ donc les points E, F, E' et F' sont sur un même cercle.

Exercice 3 : *Soit un cercle $(\mathcal{C})$ de centre O, de rayon $3\,cm$ et $[BC]$ un diamètre de ce cercle. Sur le cercle $(\mathcal{C})$, on place un point I tel que $\widehat{BCI} = 30°$.*

1. *Fais une figure.*
2. *Quelle est la nature du triangle BIC ? Justifie la réponse.*
I appartient au cercle de diamètre $[BC]$ donc le triangle BIC est rectangle en I.
3. *Calcule la mesure des angles $\widehat{IBO}$ et $\widehat{IOC}$.*

Dans le triangle BIC, on a

$$\widehat{BIC} + \widehat{ICB} + \widehat{CBI} = 180$$
$$90 + 30 + \widehat{CBI} = 180$$
$$120 + \widehat{CBI} = 180$$
$$\widehat{CBI} = 180 - 120$$
$$\widehat{CBI} = 60°$$

Les points I et C appartiennent au cercle de centre O donc $OI = OC$ et le triangle IOC est isocèle en O. Alors les angles $\widehat{OCI}$ et $\widehat{OIC}$ sont égaux à $30°$.

Dans le triangle OIC, on a

$$\widehat{IOC} + \widehat{OCI} + \widehat{CIO} = 180$$
$$\widehat{IOC} + 30 + 30 = 180$$
$$\widehat{IOC} + 60 = 180$$
$$\widehat{IOC} = 180 - 60$$
$$\widehat{IOC} = 120°$$

Exercice 4 : *Détermine la valeur des expressions suivantes pour $x = 2$, $y = -3$, $z = -5$ puis pour $x = -4$, $y = -1$, $z = -2$.*

$$A = 4 \times x - 2 \times y + 3 \times z$$
$$A = 4 \times 2 - 2 \times (-3) + 3 \times (-5)$$
$$A = 8 - (-6) + (-15)$$
$$A = 8 + (+6) + (-15)$$
$$A = 14 + (-15)$$
$$A = -1$$

$$B = xy + yz + zx$$
$$B = 2 \times (-3) + (-3) \times (-5) + (-5) \times 2$$
$$B = -6 + (+15) + (-10)$$
$$B = -6 + 15 - 10$$
$$B = 9 - 10$$
$$B = -1$$

$$A = 4 \times x - 2 \times y + 3 \times z$$
$$A = 4 \times (-4) - 2 \times (-1) + 3 \times (-2)$$
$$A = -16 - (-2) + (-6)$$
$$A = -16 + (+2) - 6$$
$$A = -14 - 6$$
$$A = -20$$

$$B = xy + yz + zx$$
$$B = (-4) \times (-1) + (-1) \times (-2) + (-2) \times (-4)$$
$$B = 4 + 2 + 8$$
$$B = 14$$

Exercice 5 : Calcule la valeur de chacune des expressions suivantes :

$$D = [-9 - (-3)] \times [16 \div (-4)]$$
$$D = [-9 + (+3)] \times (-4)$$
$$D = -6 \times (-4)$$
$$D = 24$$

$$E = (8 \times [-1 - (-2)]) \div (-4)$$
$$E = (8 \times [-1 + (+2)]) \div (-4)$$
$$E = (8 \times 1) \div (-4)$$
$$E = 8 \div (-4)$$
$$E = -2$$

$$F = \frac{8 - (-1) \times 4}{-5 + 2}$$
$$F = \frac{8 - (-4)}{-3}$$
$$F = \frac{8 + (+4)}{-3}$$
$$F = \frac{12}{-3}$$
$$F = -4$$