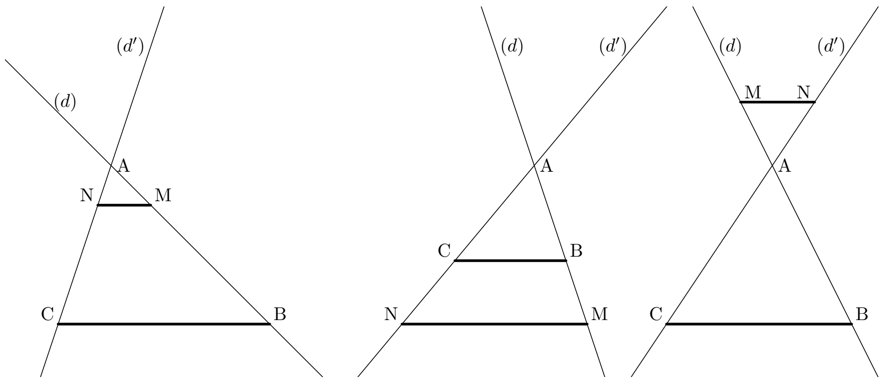
1 Enoncé du théorème

Théorème de Thalès

Soit (d) et (d') deux droites sécantes en A.
B et M sont 2 points de la droite (d), distincts de A.
C et N sont 2 points de la droite (d'), distincts de A.
Si les droites (BC) et (MN) sont parallèles alors

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC} \qquad \frac{\text{côtés du triangle } AMN}{\text{côtés correspondants du triangle } ABC}$$

Configurations de Thalès

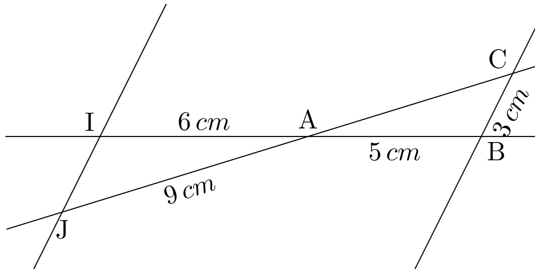


Remarques

- Repérer le point commun.
- Faire attention à conserver le « même triangle » AMN au numérateur et le « même triangle » ABC au dénominateur pour toute l'écriture des quotients.
- Dans les mêmes conditions, on peut également écrire

$$\frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN} = \frac{BC}{MN}$$

Exemple d'application *Les droites* (CJ) *et* (BI) *se coupent en* A. *Les droites* (BC) *et* (IJ) *sont parallèles. Calculer les longueurs* AC *et* IJ.



Dans le triangle ABC, I est un point de la droite (AB) et J est un point de la droite (AC) tels que la droite (IJ) soit parallèles à la droite (BC). Donc, d'après le théorème de Thalès, on a

$$\frac{AI}{AB} = \frac{AJ}{AC} = \frac{IJ}{BC} \qquad \text{c'est à dire} \qquad \frac{6}{5} = \frac{9}{AC} = \frac{IJ}{3}$$

On utilise

$$\begin{aligned} \frac{6}{5} &= \frac{9}{AC} \\ 6 \times AC &= 9 \times 5 \\ AC &= \frac{9 \times 5}{6} = 7,5\,cm \end{aligned}$$

On utilise

$$\begin{aligned} \frac{6}{5} &= \frac{IJ}{3} \\ 5 \times IJ &= 6 \times 3 \\ IJ &= \frac{6 \times 3}{5} = 3,6\,cm \end{aligned}$$

2 La « réciproque » du théorème de Thalès

La réciproque du théorème de Thalès

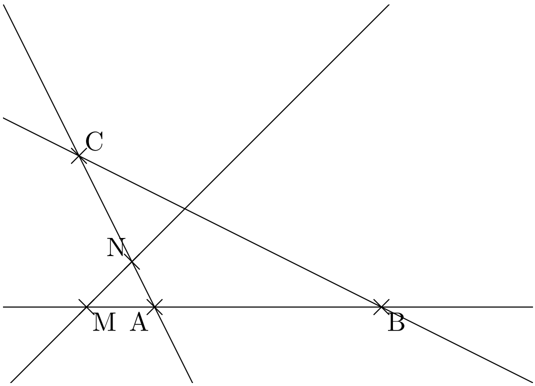
Soit (d) et (d') deux droites sécantes en A.
B et M sont 2 points de la droite (d), distincts de A.
C et N sont 2 points de la droite (d'), distincts de A.
Si

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$$

et les points A, M, B sont alignés dans le même ordre que les points A, N, C alors les droites (MN) et (BC) sont parallèles.

Remarques

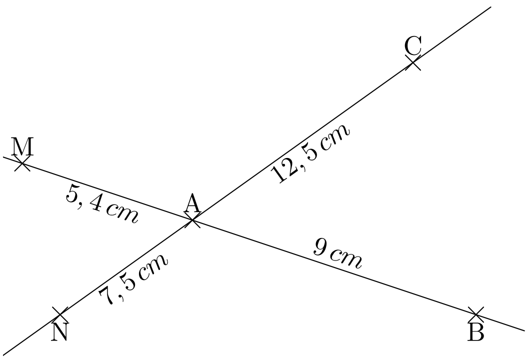
- Seuls les 2 « premiers » quotients interviennent.
- **Attention** à bien vérifier l'alignement des points dans le bon ordre. Voici un contre-exemple dans lequel $AB = 10$, $AM = 3$, $AN = 1,5$ et $AC = 5$.



On a bien $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AN}{AC} \left(= \dfrac{3}{10}\right)$ et pourtant les droites (MN) et (BC) ne sont pas parallèles.

Exemples d'application

Exemple 1 *Est-ce que les droites (MN) et (BC) sont parallèles ? Justifier.*

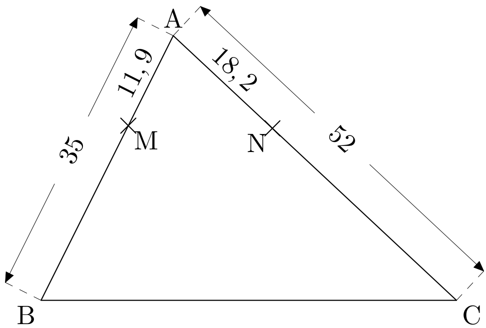


Dans le triangle ABC, M est un point de la droite (AB) et N un point de la droite (AC).

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{AM}{AB} = \dfrac{5,4}{9} = 0,6 \\[2ex] \dfrac{AN}{AC} = \dfrac{7,5}{12,5} = 0,6 \end{array}\right\} \dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AN}{AC}$$

De plus, les points, A, M, B sont alignés dans le même ordre que les points A, N, C. Donc les droites (MN) et (BC) sont parallèles d'après la réciproque du théorème de Thalès.

Exemple 2 *Est-ce que les droites (MN) et (BC) sont parallèles ? Justifier.*



Dans le triangle ABC, M est un point de la droite (AB) et N un point de la droite (AC).

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{AM}{AB} = \dfrac{11,9}{35} = 0,34 \\[2ex] \dfrac{AN}{AC} = \dfrac{18,2}{52} = 0,35 \end{array}\right\} \dfrac{AM}{AB} \neq \dfrac{AN}{AC}$$

Donc les droites (MN) et (BC) ne sont pas parallèles.