1 Vocabulaire

Périmètre d'une surface

On note $\mathcal{P}$ le périmètre d'une surface. Le périmètre est une longueur. On le mesure avec les unités obtenues à partir du mètre. Pour les conversions, il y a un rang par unité.

km	hm	dam	m	dm	cm	mm
		3	1	0	0	
	0	8	5			

Exemples : $31\,m = 3,1\,dam = 3\,100\,cm$ et $85\,dam = 8,5\,m = 0,85\,hm$.

Aire d'une surface

On note $\mathcal{A}$ l'aire d'une surface. On la mesure avec les unités obtenues à partir du mètre carré (m^2). Pour les conversions, il y a deux rangs par unité.

km^2	hm^2	dam^2	m^2	dm^2	cm^2	mm^2
		0	31	00	00	
	0	08	50			

Exemples :

$31\,m^2 = 0,31\,dam^2 = 310\,000\,cm^2$ et $8,5\,dam^2 = 0,085\,hm^2 = 850\,m^2$.

Volume d'un solide

On note $\mathcal{V}$ le volume d'un solide. On le mesure avec les unités obtenues à partir du mètre cube (m^3). Pour les conversions, il y a trois rangs par unité.

km^3	hm^3	dam^3	m^3	dm^3	cm^3	mm^3
		0	031	000		
	0	008	500			

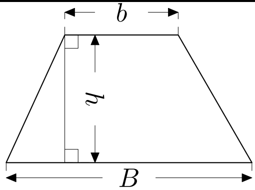
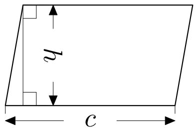
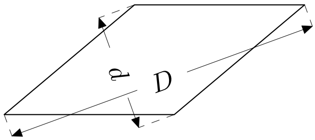
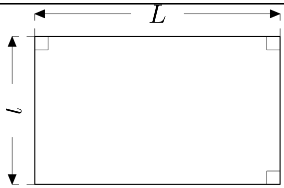
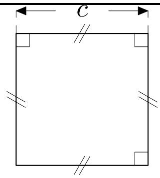
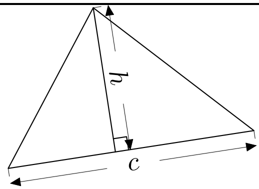
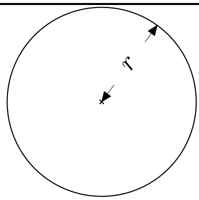
Exemples :

$31\,m^3 = 0,031\,dam^3 = 310\,000\,dm^3$ et $8,5\,dam^3 = 0,0085\,hm^3 = 8\,500\,m^3$.

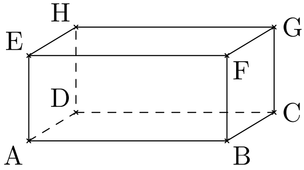
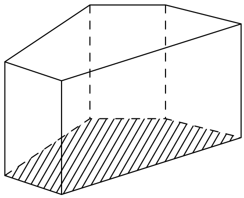
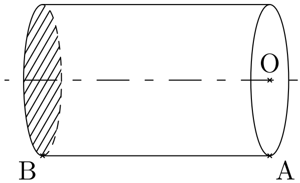
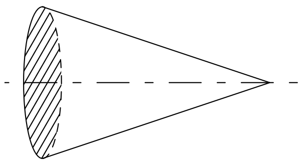
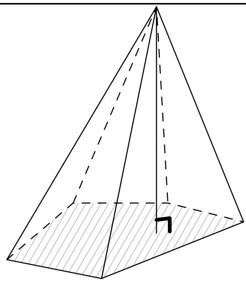
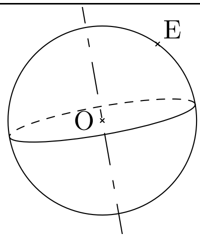
Remarque : Il ne faut pas oublier que

$$1\,dm^3 = 1\,l$$

2 Aire et périmètre d'une surface

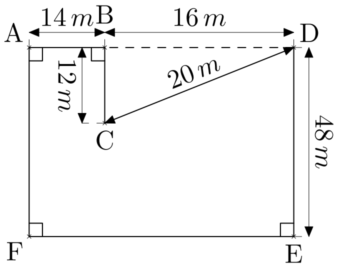
Nom de la figure	Représentation	Périmètre et aire
Trapèze de petite base b, de grande base B et de hauteur h		$\mathcal{P} =$ somme des côtés $\mathcal{A} = \dfrac{(B+b)\times h}{2}$
Parallélogramme de côté c et de hauteur relative à ce côté h		$\mathcal{P} =$ somme des côtés $\mathcal{A} = c \times h$
Losange de côté c, de grande diagonale D et de petite diagonale d		$\mathcal{P} = 4c$ $\mathcal{A} = \dfrac{d \times D}{2}$
Rectangle de longueur L et de largeur l		$\mathcal{P} = 2(l+L)$ $\mathcal{A} = L \times l$
Carré de côté c		$\mathcal{P} = 4c$ $\mathcal{A} = c^2$
Triangle de côté c et de hauteur relative à ce côté h		$\mathcal{P} =$ somme des côtés $\mathcal{A} = \dfrac{c \times h}{2}$
Cercle et disque de rayon r		$\mathcal{P} = 2\pi r$ $\mathcal{A} = \pi r^2$

3 Volume d'un solide

Nom du solide	Représentation	Volume
Parallélépipède rectangle – Solide dont toutes les faces sont des rectangles. Le **cube** en est un cas particulier.		$\mathcal{V} = AB \times AD \times AE$
Prisme – Solide composé de deux *bases* polygonales parallèles et dont toutes *les faces latérales* sont des rectangles. $\mathcal{A}$ est l'aire d'une base et h la hauteur du prisme.		$\mathcal{V} = \mathcal{A} \times h$
Cylindre – Solide engendré (c'est-à-dire créé) par la rotation d'un rectangle autour d'un de ses axes de symétrie ou d'un des ses côtés.		$\mathcal{V} = \pi \times OA^2 \times AB$
Cône – Solide engendré par la rotation d'un triangle rectangle autour d'un des côtés de l'angle droit. $\mathcal{A}$ est l'aire de la base et h la hauteur du cône.		$\mathcal{V} = \dfrac{1}{3} \times \mathcal{A} \times h$
Pyramide – Solide composé d'une *base* polygonale et dont toutes les *faces latérales* sont des triangles qui ont un sommet commun S. $\mathcal{A}$ est l'aire de la base et h la hauteur de la pyramide.		$\mathcal{V} = \dfrac{1}{3} \times \mathcal{A} \times h$
Sphère – La sphère de centre O et de rayon r est composée de tous les points de l'espace situés à la même distance r du point O.		$\mathcal{V} = \dfrac{4}{3} \times \pi \times OE^3$

4 Exemples d'applications

Exercice 1



Calcule le périmètre et l'aire de la surface ci-contre.

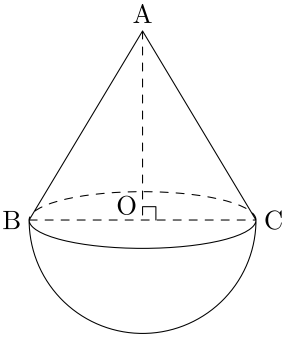
1/ Soit $\mathcal{P}$ le périmètre de cette surface.

$$\mathcal{P} = AB + BC + CD + DE + EF + FA$$
$$\mathcal{P} = 14 + 12 + 20 + 48 + 30 + 48$$
$$\mathcal{P} = 172\,m$$

2/ Soit $\mathcal{A}$ l'aire de cette surface.

$$\mathcal{A} = \mathcal{A}_{ADEF} - \mathcal{A}_{BCD}$$
$$\mathcal{A} = AD \times AF - \frac{BC \times BD}{2}$$
$$\mathcal{A} = 30 \times 48 - \frac{12 \times 16}{2}$$
$$\mathcal{A} = 1\,440 - 96$$
$$\mathcal{A} = 1\,344\,m^2$$

Exercice 2



Le solide ci-contre représente un culbuto. Il est formé d'une demi-sphère surmontée d'un cône. Le rayon de la sphère est $6\,cm$ et la hauteur du cône est de $8\,cm$. Calcule le volume en cm^3 du culbuto. On en donnera une valeur exacte et une valeur approchée au dixième près.

Soit $\mathcal{V}$, $\mathcal{V}_1$ et $\mathcal{V}_2$ les volumes respectifs du culbuto, de la demi-sphère et du cône.

$$\mathcal{V}_1 = \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \times \pi \times OB^3$$
$$\mathcal{V}_1 = \frac{4}{6}\pi \times 6^3$$
$$\mathcal{V}_1 = \frac{4}{6}\pi \times 216$$
$$\mathcal{V}_1 = \frac{864}{6}\pi$$
$$\mathcal{V}_1 = 144\pi\,cm^3$$

$$\mathcal{V}_2 = \frac{1}{3} \times \pi \times OB^2 \times AO$$
$$\mathcal{V}_2 = \frac{1}{3}\pi \times 6^2 \times 8$$
$$\mathcal{V}_2 = \frac{1}{3}\pi \times 288$$
$$\mathcal{V}_2 = \frac{288}{3}\pi$$
$$\mathcal{V}_2 = 96\pi\,cm^3$$

$$\mathcal{V} = \mathcal{V}_1 + \mathcal{V}_2$$
$$\mathcal{V} = 144\pi + 96\pi$$
$$\mathcal{V} = 240\pi\,cm^3$$
$$\mathcal{V} \approx 754\,cm^3$$