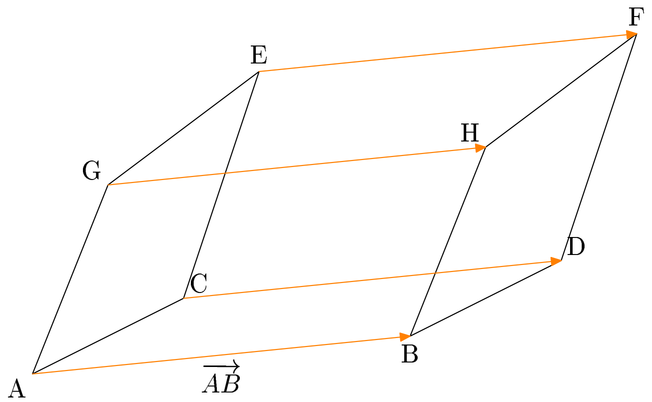
1 Définition

La translation qui transforme A en B s'appelle la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.



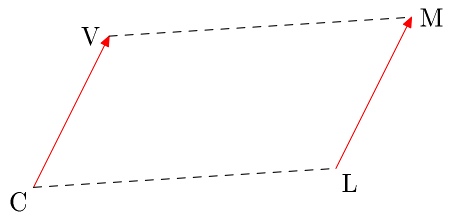
Si B, D, F, H sont les images respectives de A, C, E et G par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$ alors

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{GH} = \overrightarrow{u}$$

On dit que $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CD}$,... dont des *représentants* du vecteur $\overrightarrow{u}$.

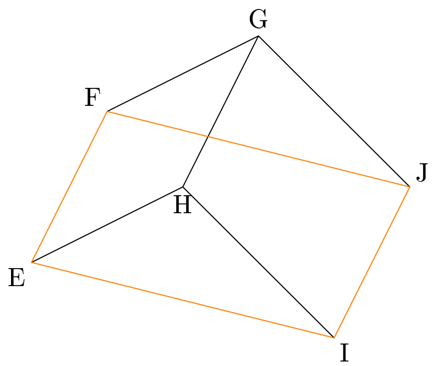
Propriété 1 *<u>Si</u> $ERTY$ est un parallélogramme <u>alors</u> $\overrightarrow{ER} = \overrightarrow{YT}$ et $\overrightarrow{EY} = \overrightarrow{RT}$.*

Propriété 2 *<u>Si</u> $\overrightarrow{CV} = \overrightarrow{LM}$ <u>alors</u> le quadrilatère $CVML$ est un parallélogramme.*



Remarque A l'aide de cette propriété, on peut démontrer que deux segments ont le même milieu (diagonales d'un parallélogramme), que deux segments ont la même longueur (côtés opposés d'un parallélogramme),...

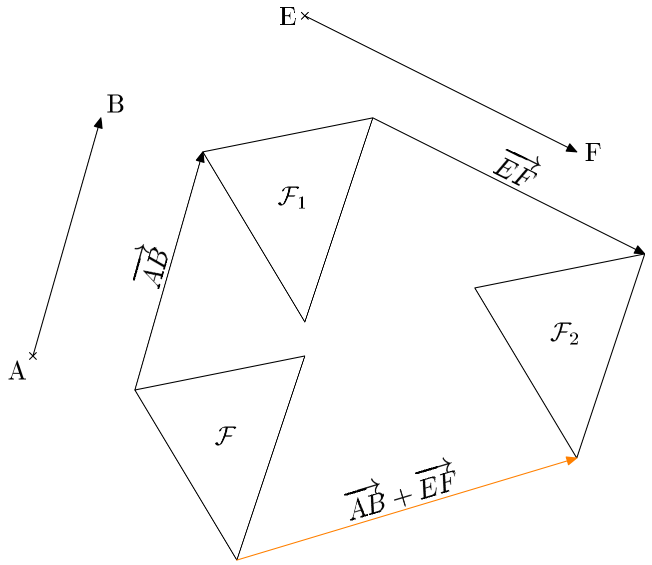
Exemple d'utlisation de ces propriétés *Soit $EFGH$ et $GHIJ$ deux parallélogrammes. Démontre que $EFJI$ est un parallélogramme.*



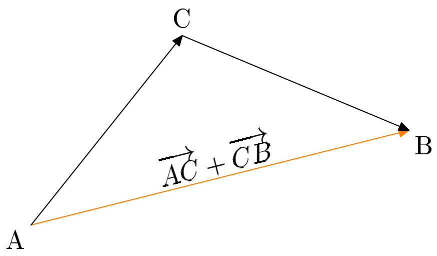
Comme $EFGH$ est un parallélogramme alors $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{HG}$.
Comme $GHIJ$ est un parallélogramme alors $\overrightarrow{HG} = \overrightarrow{IJ}$.
Comme $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{HG}$ et $\overrightarrow{HG} = \overrightarrow{IJ}$ alors $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{IJ}$.
Comme $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{IJ}$ alors le quadrilatère $EFJI$ est un parallélogramme.

2 Composition de 2 translations

Définition 1 *<u>Si</u> $\mathcal{F}_1$ est l'image d'une figure $\mathcal{F}$ par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$ et <u>si</u> $\mathcal{F}_2$ est l'image de $\mathcal{F}_1$ par la translation de vecteur $\overrightarrow{EF}$ <u>alors</u> la figure $\mathcal{F}_2$ est l'image de la figure $\mathcal{F}$ par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{EF}$.*



Propriété 3 (Relation de Chasles)



Soit A, B et C trois points. Alors

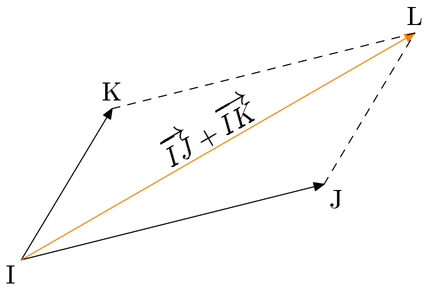
$$\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AB}$$

Remarques • L'extrémité du 1[er] vecteur est l'origine du 2[e] vecteur.

• On a $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AA}$. Un tel vecteur $\overrightarrow{AA}$ est appelé *vecteur nul* et se note $\overrightarrow{0}$.

• On a $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{0}$. Donc le vecteur $\overrightarrow{BA}$ s'appelle *l'opposé* du vecteur $\overrightarrow{AB}$ et se note $-\overrightarrow{AB}$.

Propriété 4 (Règle du parallélogramme)



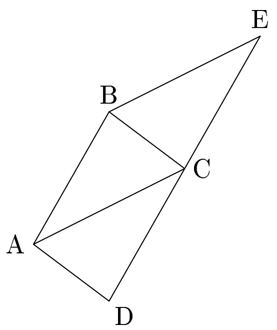
Soit I, J et K trois points. Alors

$$\overrightarrow{IJ} + \overrightarrow{IK} = \overrightarrow{IL}$$

où L est le point tel que $IJLK$ soit un parallélogramme.

Remarque Les vecteurs ont la même origine.

2.1 Application : calcul avec des vecteurs



Sur la figure ci-contre, $ABCD$ et $ABEC$ sont des parallélogrammes. Evaluer la somme $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CE}$.

Comme $ABCD$ est un parallélogramme alors $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$ d'après la règle du parallélogramme. Donc

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CE} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CE}$$

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CE} = \overrightarrow{AE}$ d'après la relation de Chasles

2.2 Application : construction graphique de la somme de deux vecteurs

3 cas se présentent :

Les deux vecteurs ont la même origine : on applique la règle de parallélogramme (Propriété 4).

L'extrémité du 1^{er} vecteur est l'origine du 2^e vecteur : on applique la relation de Chasles (Propriété 3).

Les deux vecteurs sont quelconques : on choisit une origine pour construire un représentant de la somme des deux vecteurs et on se ramène à un des deux cas précédents.