Brevet Blanc n°3

Classe de 3^{e} **Le 7 Mai 2002**

L'emploi des calculatrices est autorisé (circulaire n°86-228 du 28 juillet 1986 publiée au B.O. n°34 du 2 octobre 1986).

En plus des points prévus pour chacune des trois parties de l'épreuve, la présentation, la rédaction et l'orthographe seront évaluées sur 4 points.

Le sujet est composé de 4 feuilles numérotées 1/4, 2/4, 3/4 et 4/4.

Activités Numériques

Exercice n°1

1. Ecrire chacun des nombres A et B sous la forme d'une fraction irréductible :

$$A = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} \times \frac{4}{7} - \frac{5}{4} \qquad B = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} \times \left(\frac{4}{7} - \frac{5}{4}\right)$$

2. Ecrire chacun des nombres C et D sous la forme $a + b\sqrt{6}$, où a et b désignent deux nombres entiers :

$$C = \left(\sqrt{6}+1\right)^2 - \left(\sqrt{6}-1\right)^2 \qquad D = \left(\sqrt{6}+1\right) \times \left(\sqrt{6}-1\right)$$

Exercice n°2 Soit l'expression $E = (-3x+5)(x+7) + (x+7)^2$.

1. Développer et réduire E.
2. Ecrire E sous la forme d'un produit de facteurs du premier degré.
3. Calculer la valeur de E pour $x = 1$ et $x = -2$.
4. Résoudre l'équation $E = 0$.

Exercice n°3 Pour aller de Alphaville à Bétaville, il existe deux routes possibles :

- le trajet (1) d'une longueur d ; un automobiliste l'empruntant à la vitesse V_1 mettra le temps t pour l'effectuer ;
- le trajet (2) d'une distance supérieure de 10% au précédent ; un automobiliste l'empruntant à la vitesse V_2 mettra un temps inférieur de 10% au temps précédent pour l'effectuer.

Sachant que $V_1 + V_2$ est égal à 200 kilomètres par heure, calculer V_1 et V_2.

Activités Géométriques

Pour les figures des exercices ci-dessous, on utilisera exclusivement la feuille blanche fournie.

Exercice n°1 Soit un triangle ABC.

1. Construire les points D et E tels que $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DA}$.
2. Construire le point I tel que $\overrightarrow{CI} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB}$.
3. Démontrer que
   (a) $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{BE} = \overrightarrow{DB}$.
   (b) $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{BE} = \overrightarrow{CE}$.
   (c) $\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BE} = \overrightarrow{CA}$.
   (d) $\overrightarrow{BI} = \overrightarrow{CA}$.

Exercice n°2 **Pour cet exercice, on prendra la feuille blanche dans le sens de la longueur (mode paysage) et on commencera la figure du côté droit de la feuille.**

Dans cet exercice, l'unité de longueur est le centimètre.

Soit $ABCD$ un trapèze $ABCD$ rectangle en A et D tel que $AB = 5$, $AD = 6$, $CD = 10$.

Soit M un point quelconque du segment $[AD]$. On pose $AM = x$.

La droite (BM) coupe la droite (CD) en N.

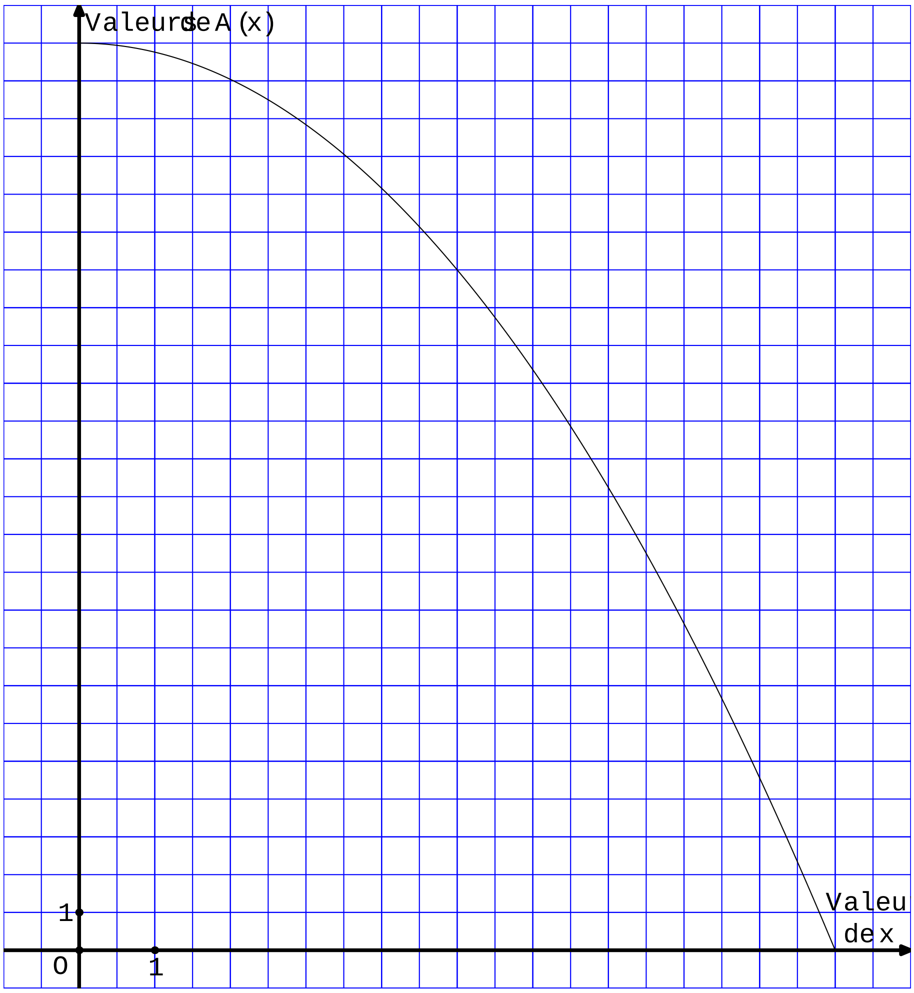
1. Exprimer la longueur DN en fonction de x.
2. On cherche à trouver une position particulière du point M, que l'on appellera M_1 (on obtiendra alors le point N_1), pour que le point D soit le milieu du segment $[CN_1]$. Connaissant alors la mesure du segment $[DN_1]$, conclure en calculant la valeur de x correspondante. Placer le point M_1 ainsi déterminé.
3. Donner alors une mesure à un degré près par défaut de l'angle $\widehat{CN_1B}$.

Problème

Dans ce problème, les longueurs sont mesurées en centimètres et les aires en centimètres carrés.

1. Soit un rectangle $ABCD$ tel que $AB = 8$ et $AD = 6$, et M un point quelconque du segment $[BD]$. La perpendiculaire à la droite (AB) passant par M coupe la droite (AB) en N. Construire la figure.
2. Calculer la longueur BD.
3. Pour la suite de ce problème, on pose $BM = x$.
   (a) Exprimer les longueurs MN et AN en fonction de x.
   (b) En déduire l'aire $\mathcal{A}(x)$ du trapèze $ADMN$.
4. En utilisant le résultat obtenu à la question 3b, calculer :
   (a) $\mathcal{A}(1)$.
   (b) $\mathcal{A}(4)$.
   (c) $\mathcal{A}(10)$. Ce résultat peut-il être obtenu directement, sans utiliser l'expression $\mathcal{A}(x)$? Pourquoi ?
5. On donne ci-dessous la représentation graphique de $\mathcal{A}$ dans un repère du plan.
   $\mathcal{A}(x)$ est l'image de x et se lit en ordonnée comme indiqué sur le graphique.
   (a) Déterminer graphiquement, en laissant apparaître les traits construits pour la lecture, pour quelle(s) valeur(s) de x l'aire du trapèze $ADMN$ mesure :
   - $18\,cm^2$
   - $4,5\,cm^2$

   (b) Déterminer graphiquement la mesure de l'aire du trapèze $ADMN$ lorsque x mesure $2\,cm$, puis lorsque x mesure $5\,cm$.



6. Déterminer par le calcul la valeur de x pour laquelle les aires du trapèze $ADMN$ et du triangle BNM sont égales.
   Faire une figure en plaçant les points M et N correspondants.