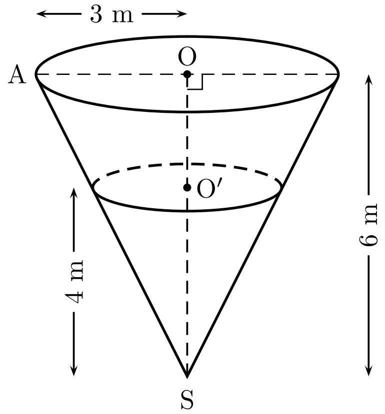
Devoir surveillé n$^{\text{o}}$ 7

3$^{\text{e}}$ – Le mercredi 6/2/2008

Calculatrice autorisée

■ Exercice 1.

Un bassin la forme d'un cône qui a pour base un disque de 3 mètres de rayon et pour hauteur 6 mètres.



1) Montrer que la valeur exacte du volume $\mathcal{V}$ du bassin en m^3 est 18π, et en donner l'arrondi au m^3 prés.
Ce volume représente t-il plus ou moins que 10 000 litres ? Justifier.

2) Combien de temps faudrait-il à une pompe débitant 15 litres par seconde pour remplir complètement le bassin ? Donner le résultat en secondes, arrondi à l'unité, puis en minutes et secondes.

3) On remplit ce bassin avec de l'eau sur une hauteur $\text{SO}' = 4$ m. On admet que l'eau occupe un cône qui est une réduction du bassin.

a) Quel est le coefficient de réduction ?

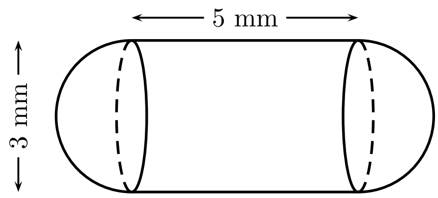
b) Quelle est la valeur exacte $\mathcal{V}'$ du volume d'eau en m^3 contenue dans le bassin ? Donner également la valeur arrondie au dixième.

4) Calculer la valeur exacte de la longueur AS, et donner le résultat sous la forme $a\sqrt{b}$ où a et b sont des entiers, b étant le plus petit possible.

5) Calculer la valeur arrondie au degré de l'angle $\widehat{\text{OAS}}$.

■ Exercice 2.

Une gélule contenant des médicaments pour enfants a la forme d'un cylindre, auquel sont ajoutées 2 demi-sphères aux extrémités (voir figure).

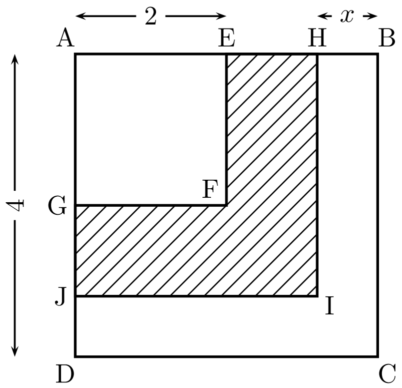


1) Montrer en détaillant les calculs, que le volume de cette gélule arrondi au dixième est $49,5$ mm^3.

2) La gélule contenant les médicaments pour adultes est un agrandissement de la gélule pour enfants d'un coefficient de $1,5$. Calculer le volume de la gélule pour adultes (arrondir le résultat au mm^3 le plus proche).

3) Calculer la surface extérieure de cette gélule. Arrondir le résultat au mm^2 le plus proche.

■ Exercice 3.



1) Dans la figure ci-contre, AEFG, AHIJ et ABCD sont des carrés.
Calculer AH en fonction de x ; en déduire l'aire de AHIJ puis préciser dans la liste ci-dessous, la (ou les) expression(s) littérale(s) qui correspond(ent) à l'aire hachurée :

$\text{M} = (4-x)^2 - 2^2$ $\quad\quad$ $\text{N} = (4-x-2)^2$ $\quad\quad$ $\text{P} = 4^2 - x^2 - 2^2$

2) Développer l'expression $\text{Q} = (4-x)^2 - 4$

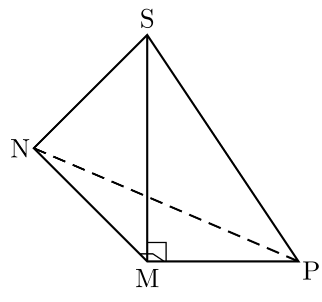
3) Factoriser Q.

4) Calculer Q lorsque $x = 2$. Comment pouvait-on prévoir le résultat ?

■ Exercice 4.

SMPN est une pyramide dont la base MNP est un triangle rectangle en M et dont la hauteur est [SM].

On donne les mesures suivantes en cm :
MN = 5 cm $\quad$ MP = 4 cm $\quad$ SM = 6 cm



1) Calculer le volume de cette pyramide en cm^3.

2) En laissant les traits de construction, réaliser un patron de cette pyramide.

Correction du devoir surveillé n° 7

■ **Exercice 1.**

1) $\mathcal{V} = \dfrac{\pi \times \text{OA}^2 \times \text{OS}}{3} = \dfrac{\pi \times 3^2 \times 6}{3} = \mathbf{18\pi\ m^3 \approx 57\ m^3}$

$1\ \text{m}^3 = 1\ 000$ L donc en litres, ce volume vaut $\mathcal{V} \approx 56\ 548{,}7\,\text{m}^3$ **ce qui est supérieur à 10 000 litres**.

2) Il y a proportionnalité entre le temps et le volume, il faut donc : $t = \dfrac{\mathcal{V}}{\text{débit}} = \dfrac{56\ 548{,}7}{15} \approx \mathbf{3\,770\ s \approx 62\ min\ 50\ s}$

3) **a)** Le coefficient de réduction vaut $k = \dfrac{\text{SO}'}{\text{SO}} = \dfrac{4}{6} = \mathbf{\dfrac{2}{3}}$

b) Par conséquent, $\mathcal{V}' = \mathcal{V} \times k^3 = 18\pi \times \left(\dfrac{2}{3}\right)^3 = \mathbf{\dfrac{16\pi}{3}\ m^3 \approx 16{,}8\ m^3}$

4) Dans le triangle OAS, rectangle en O, d'après le théorème de Pythagore :
$\text{AS}^2 = \text{OA}^2 + \text{OS}^2$ $\quad \text{AS}^2 = 6^2 + 3^2 = 45$ $\quad \text{AS}^2 = 45$ $\quad \text{AS} = \sqrt{45} = \sqrt{9}\sqrt{2}$ $\quad \mathbf{AS = 3\sqrt{2}\ m}$

5) Dans le triangle OAS rectangle en O : $\tan\widehat{\text{OAS}} = \dfrac{\text{OS}}{\text{OA}}$ $\quad \tan\widehat{\text{OAS}} = \dfrac{6}{3}$ $\quad \mathbf{\widehat{OAS} \approx 63°}$

■ **Exercice 2.**

1) $\text{V}_{\text{gélule}} = \text{V}_{\text{cylindre}} + \text{V}_{\text{sphère}} = \pi \times 1,5^2 \times 5 + \dfrac{4}{3}\pi \times 1,5^3 \approx \mathbf{49,5\ mm^3}$

2) Les volumes sont multipliés par $1,5^3$ donc le volume de la gélule adulte vaut : $49,5 \times 1,5^3 \approx \mathbf{167\ mm^3}$

3) $\text{S}_{\text{gélule}} = \text{S}_{\text{boule}} + \text{S}_{\text{cylindre}} = 4\pi \times 1{,}5^2 + 2\pi \times 1{,}5 \times 5 \approx \mathbf{75\ mm^2}$

■ **Exercice 3.**

1) $\text{AH} = \text{AB} - \text{HB} = \mathbf{4 - x}$ et donc : $\text{A}_{\text{AHIJ}} = \text{AH}^2 = \mathbf{(4-x)^2}$
On a donc : $\text{A}_{\text{hachurée}} = \text{A}_{\text{AHIJ}} - \text{A}_{\text{AEFG}} = (4-x)^2 - 2^2$. L'expression représentant l'aire hachurée est donc **M**.

2) $\text{Q} = 16 - 8x + x^2 - 4 = \mathbf{x^2 - 8x + 12}$

3) $\text{Q} = [(4-x) - 2][(4-x) + 2] = (4 - x - 2)(4 - x + 2) = \mathbf{(2-x)(6-x)}$

4) Lorsque $x = 2$, $\text{Q} = (2-2) \times (6-2) = 0 \times 4 = \mathbf{0}$
En effet, lorsque $x = 2$, la largeur de la zone hachurée vaut EH = 0 (E et H sont confondus, ainsi que F et I, et G et J), donc l'aire hachurée a une largeur nulle et a par conséquent une aire nulle.

■ **Exercice 4.**

1) $\text{V}_{\text{pyramide}} = \dfrac{\dfrac{\text{MP} \times \text{MN}}{2} \times \text{SM}}{3}$

$\text{V}_{\text{pyramide}} = \dfrac{\dfrac{4 \times 5}{2} \times 6}{3}$

$\mathbf{V_{pyramide} = 20\ cm^3}$

2) Voir ci-contre.