

# DEVOIR SURVEILLÉ N° 5

Le lundi 14/1/2008

*Calculatrice autorisée – Pas de prêt ni d'échange de calculatrice !*

## ■ EXERCICE 1.

1) Résoudre les équations et inéquations suivantes. Pour les inéquations, représenter l'ensemble des solutions :

$$(2x - 3)^2 - (2x - 1)(2x - 2) = -1$$

$$2(x - 4) - 3(2x - 1) \leq 7$$

$$\frac{3x}{2} - \frac{2x}{3} < \frac{5}{6}$$

$$(x + 3)^2 - 3(2x + 5) = 0$$

2) a) Soit le nombre  $A = (2\sqrt{3} + 1)(\sqrt{3} - 2)$

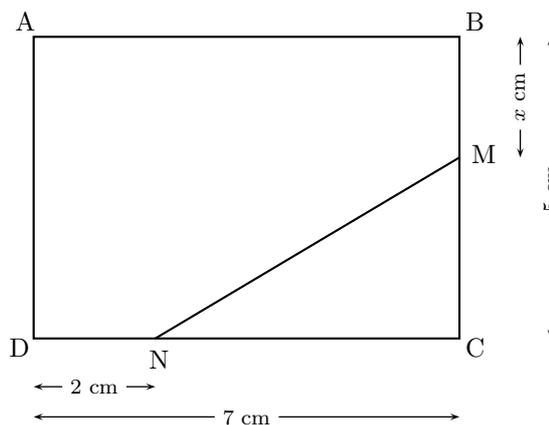
Calculer  $A$  et donner le résultat sous la forme  $a + b\sqrt{3}$  où  $a$  et  $b$  sont des entiers relatifs.

b) On donne l'encadrement :  $1,5 < \sqrt{3} < 2$ . En déduire un encadrement de  $A$ .

3) Calculer et donner l'écriture scientifique de :  $C = \frac{0,4 \times 10^{-8}}{(5 \times 10^{-5})^2}$

## ■ EXERCICE 2.

La figure ci-dessous n'est pas représentée en vraie grandeur, et il n'est pas demandé de la reproduire.



Dans cette figure :

- ABCD est un rectangle tel que :  $AB = DC = 7$  cm et  $AD = BC = 5$  cm.
- N est le point de  $[DC]$  tel que  $DN = 2$  cm.
- M est le point de  $[BC]$  tel que  $BM = x$  où  $x$  est une longueur en cm telle que  $0 \leq x \leq 5$ .

1) a) Exprimer en fonction de  $x$  l'aire  $\mathcal{A}$  du triangle CMN.

b) Calculer la longueur  $x$  pour que l'aire  $\mathcal{A}$  du triangle CMN soit le quart de l'aire du rectangle ABCD.

2) Dans cette question, on prendra :  $BM = x = 1,5$  cm.

a) Les droites  $(BD)$  et  $(MN)$  sont-elles parallèles? Justifier la réponse.

b) Calculer au degré le plus proche, la mesure de l'angle  $\widehat{MNC}$ .

## ■ EXERCICE 3.

Résoudre ces 2 problèmes à l'aide d'une équation du 1<sup>er</sup> degré.

1) Je choisis un nombre, je lui ajoute 5, puis je multiplie le résultat par 4. Enfin, je divise le résultat trouvé par 5, et je retombe sur le nombre de départ. Quel était ce nombre?

2) Aujourd'hui, l'âge d'un père vaut 4 fois celui de sa fille. Mais dans 18 ans, l'âge du père sera seulement le double de celui de sa fille.

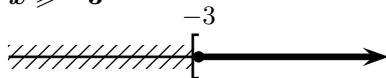
Quels sont leurs âges actuels?

## CORRECTION DU DEVOIR SURVEILLÉ N° 5

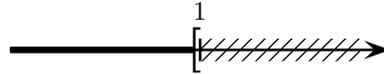
### ■ EXERCICE 1.

$$\begin{aligned}
 1) \quad & (2x - 3)^2 - (2x - 1)(2x - 2) = -1 \\
 & 4x^2 - 12x + 9 - (4x^2 - 4x - 2x + 2) = -1 \\
 & 4x^2 - 12x + 9 - 4x^2 + 4x + 2x - 2 = -1 \\
 & -12x + 4x + 2x = -1 - 9 + 2 \\
 & -6x = -8 \\
 & x = \frac{4}{3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & 2(x - 4) - 3(2x - 1) \leq 7 \\
 & 2x - 8 - 6x + 3 \leq 7 \\
 & 2x - 6x \leq 7 + 8 - 3 \\
 & -4x \leq 12 \\
 & x \geq \frac{12}{-4} \\
 & x \geq -3
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 \frac{3x}{2} - \frac{2x}{3} &< \frac{5}{6} \\
 \frac{9x}{6} - \frac{4x}{6} &< \frac{5}{6} \\
 \frac{5x}{6} &< \frac{5}{6} \\
 x &< 1
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 (x + 3)^2 - 3(2x + 5) &= 0 \\
 x^2 + 6x + 9 - 6x - 15 &= 0 \\
 x^2 &= 15 - 9 \\
 x^2 &= 6 \\
 x &= -\sqrt{6} \quad \text{ou} \quad x = \sqrt{6}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2) \quad \text{a)} \quad & A = (2\sqrt{3} + 1)(\sqrt{3} - 2) \\
 & A = 2(\sqrt{3})^2 - 4\sqrt{3} + \sqrt{3} - 2 \\
 & A = 6 - 4\sqrt{3} + \sqrt{3} - 2 \\
 & A = 4 - 3\sqrt{3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{b)} \quad & 1,5 < \sqrt{3} < 2 \\
 & 1,5 \times (-3) > -4\sqrt{3} > 2 \times (-3) \\
 & -6 < -3\sqrt{3} < -4,5 \\
 & -2 < 4 - 3\sqrt{3} < -0,5
 \end{aligned}$$

$$3) \quad C = \frac{0,4 \times 10^{-8}}{(5 \times 10^{-5})^2} = \frac{0,4 \times 10^{-8}}{25 \times 10^{-10}} = \frac{0,4}{25} \times \frac{10^{-8}}{10^{-10}} = 0,016 \times 10^{-8-(-10)} = 1,6 \times 10^{-2} \times 10^2 = 1,6 \times 10^0$$

### ■ EXERCICE 2.

$$1) \quad \text{a)} \quad \mathcal{A} = \frac{CN \times CM}{2} = \frac{5(5 - x)}{2} \text{ cm}^2$$

b) Il suffit de résoudre  $\mathcal{A} = \frac{35}{4}$ , c'est-à-dire :

$$\frac{5(5 - x)}{2} = \frac{35}{4}$$

$$20(5 - x) = 70 \quad \text{Égalité des produits en croix.}$$

$$100 - 20x = 70$$

$$-20x = -30$$

$$x = \frac{-30}{-20} = 1,5$$

Lorsque  $x = 1,5$  cm, l'aire de CMN vaut le quart de celle de ABCD.

$$2) \quad \text{a)} \quad \frac{CD}{CN} = \frac{7}{5} \quad \frac{CB}{CM} = \frac{5}{3,5} = \frac{50}{35} = \frac{10}{7}$$

On n'obtient pas d'égalité puisque  $\frac{CD}{CN} \neq \frac{CB}{CM}$  : la réciproque du théorème de Thalès n'est pas vérifiée donc les droites (BD) et (MN) ne sont pas parallèles.

$$\text{b)} \quad \text{Dans le triangle MNC rectangle en C : } \tan \widehat{MNC} = \frac{MC}{NC} \quad \tan \widehat{MNC} = \frac{3,5}{5} \quad \widehat{MNC} \approx 35^\circ$$

### ■ EXERCICE 3.

1) Appelons  $x$  ce nombre de départ ; on obtient l'équation  $\frac{4(x+5)}{5} = x$  c'est-à-dire :  $4(x+5) = 5x$   
 Cette équation se résout facilement, et on trouve  $x = 20$ . **Le nombre de départ est donc 20.**

2) Appelons  $x$  l'âge actuel de la fille. On a donc le tableau chronologique suivant :

	Actuellement	Dans 18 ans
Père	$4x$	$4x + 18$
Fille	$x$	$x + 18$

D'après l'énoncé, on peut écrire :  $4x + 18 = 2(x + 18)$

On résout cette équation aisément, et on trouve  $x = 9$ . Par conséquent, **la fille a 9 ans et le père a 36 ans.**