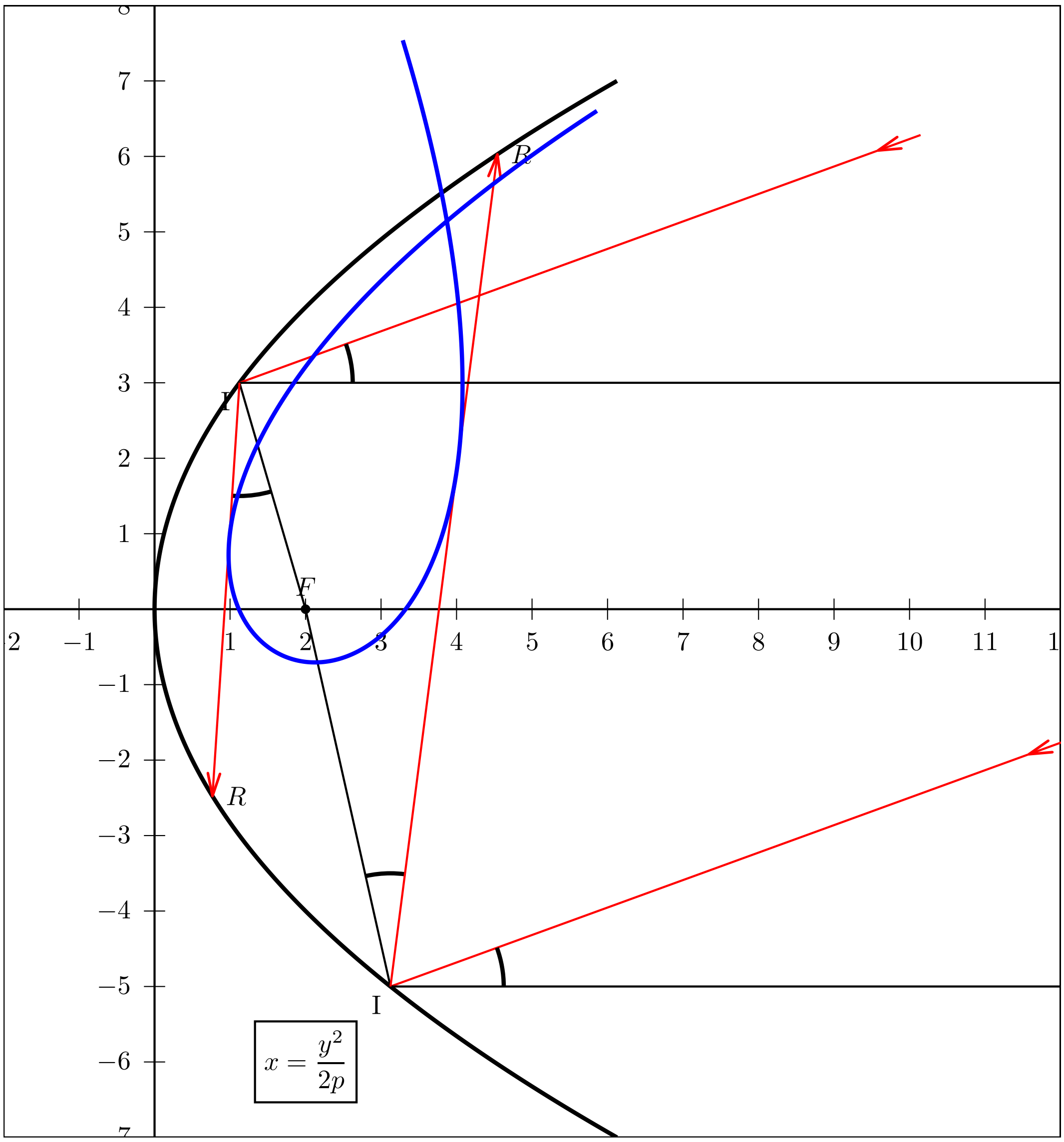
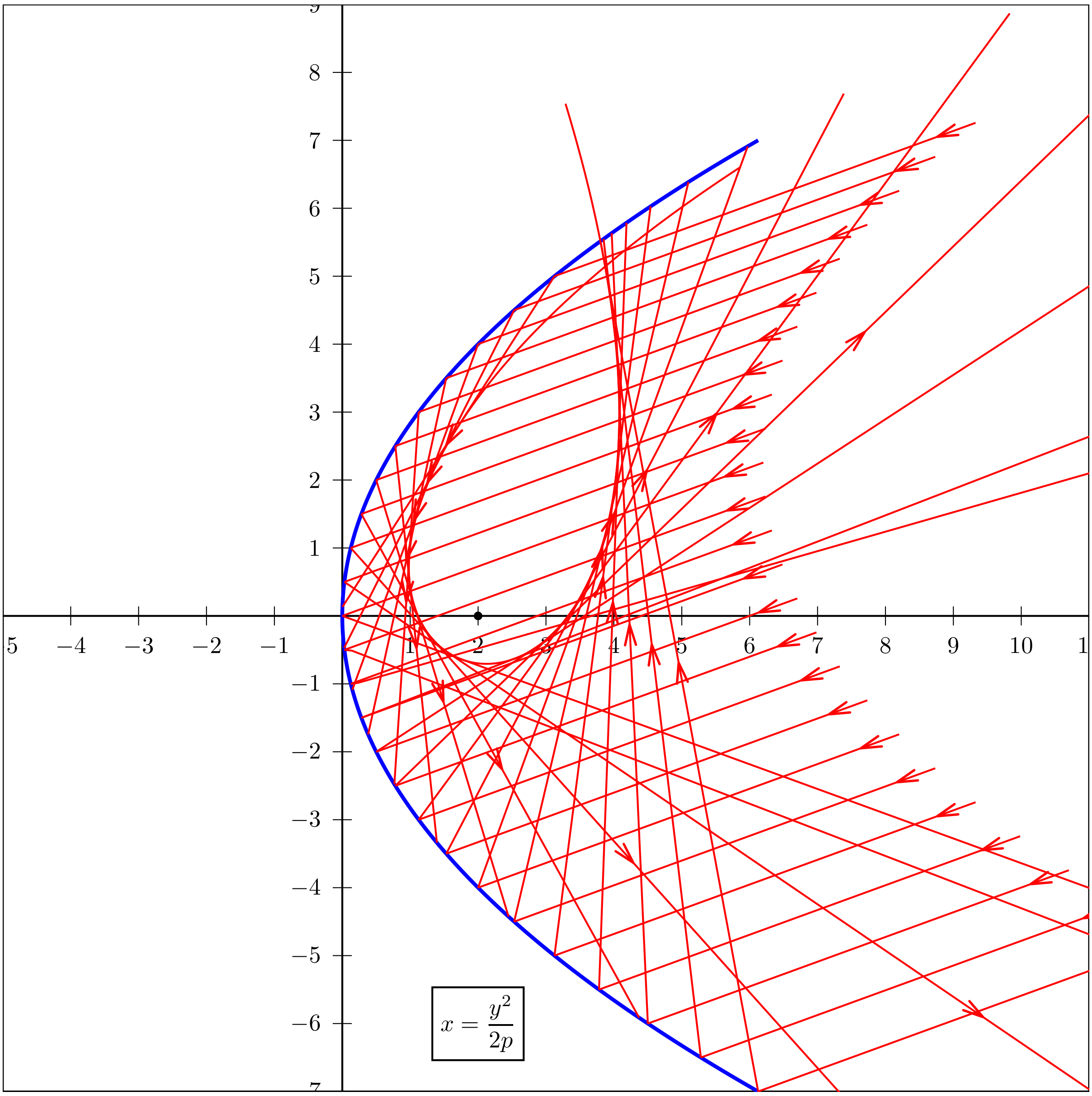
1 Caustiques d'un miroir parabolique

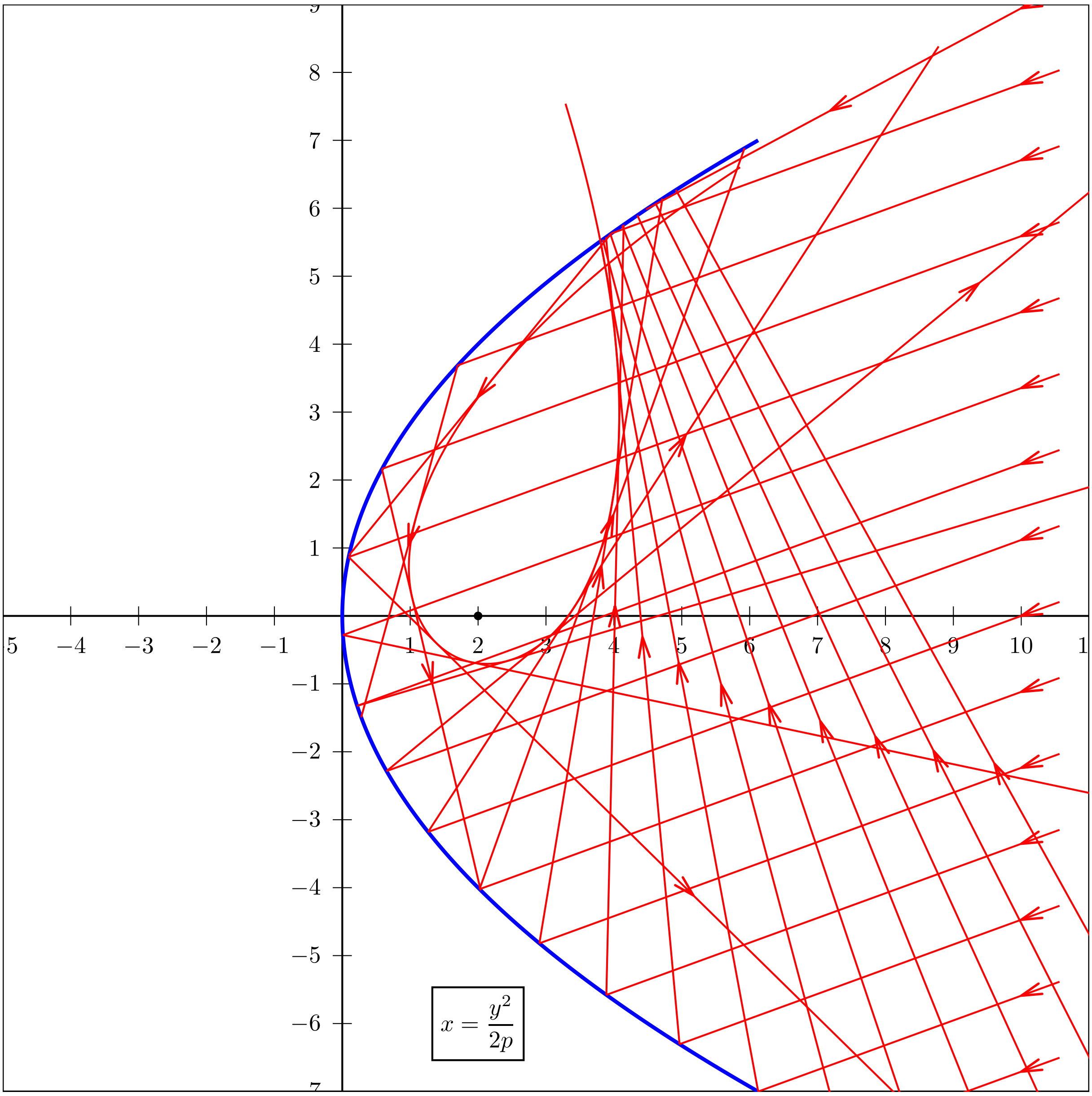
1.1 Rayons parallèles inclinés sur l'axe du paraboloïde

De cette caustique, Henri Bouasse en donne une construction géométrique avec une équerre, en s'appuyant sur la propriété suivante de la parabole : si u est l'inclinaison des rayons du faisceau incident avec l'axe de la parabole, alors « *le rayon réfléchi* IR *fait avec le rayon vecteur* IF *l'angle constant* u. »





9
8
7
6
5
4
3
2
1
−1
−2
−3
−4
−5
−6
−7
5
−4
−3
−2
−1
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
1
$x = \frac{y^2}{2p}$



On détermine l'angle que fait le rayon réfléchi avec l'axe Ox, (x_M, y_M) sont les coordonnées du point d'incidence sur la parabole :

$$\alpha = -\arctan\left(\frac{y_M}{\dfrac{p}{2} - \dfrac{y_M^2}{2\,p}}\right) + \pi$$

$$\gamma = \alpha - u = -\arctan\left(\frac{y_M}{\dfrac{p}{2} - \dfrac{y_M^2}{2\,p}}\right) + \pi - u$$

Équation (Δ) du rayon réfléchi :

$$y = x\tan\gamma + b, \quad b = y_M - x_M \tan\gamma$$

Dérivée (Δ') par rapport à y_M, qui est le paramètre que l'on fait varier :

$$(\Delta') \;:\; 0 = x(\tan\gamma)' + 1 - \frac{y_M^2}{2\,p}(\tan\gamma)' - \frac{y_M}{p}\tan\gamma$$

avec :

$$(\tan\gamma)' = \frac{-2\,p}{(p^2 + y_M^2)\cos^2\left(\arctan\left(2\,\dfrac{y_M\,p}{p^2 - y_M^2}\right) + u\right)}$$

La solution du système $\{(\Delta), (\Delta')\}$ donne l'enveloppe des rayons réfléchis : la caustique du paraboloïde pour les rayons parallèles inclinés.