Brevet Aix 1987

http://melusine.eu.org/syracuse/poulecl

1 Exercice 1

1. (a) A partir des encadrements suivants

$$3,16 < \sqrt{10} < 3,17 \quad \text{et} \quad 1,41 < \sqrt{2} < 1,42$$

encadrer $\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{10}}{4}$ (on justifiera avec soin les opérations effectuées).

(b) On donne $B = \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}-1}$; montrer l'égalité : $B = \dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{10}}{4}$.
En déduire un encadrement de B par 2 décimaux a et b tels que

$$a < B < b \quad \text{et } 0 < b - a < 0,01$$

2. Soit l'application : $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ définie par

$$f(x) = (4x-6)(x+5) - (3-2x)(x-1) + 4x^2 - 9$$

(a) Calculer $f(0)$ et $f\left(\dfrac{3}{2}\right)$.

(b) Mettre $f(x)$ sour forme d'un produit de 2 facteurs du 1$^{\text{er}}$degré et résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $f(x) = 0$.

(c) Développer $f(x)$ et résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $f(x) = -36$.

2 Exercice 2

Considérons dans le plan $\mathcal{P}$ le cercle de centre O et de rayon $R = 3\,cm$ et un point M tel que $OM = 7\,cm$.

1. Soit (MA) et (MB) les tangentes au cercle $\mathcal{C}$ passant par M.
   (a) Faire une figure soignée en prenant pour $\mathcal{P}$ le plan de la feuille.
   (b) Que représente la droite (OM) pour la figure ainsi construite ? Quelle est la nature des triangles MAO et MBO ? Justifier les réponses.
   (c) Calculer les distances MA et MB (on les exprimera en cm).
2. Soit (Δ) la droite orthogonale au plan $\mathcal{P}$ qui passe par O. N est un point quelconque du cercle $\mathcal{C}$ de centre O.

(a) Faire une deuxième figure en perspective en prenant pour P un plan quelconque.

(b) Que peut-on dire des droites (Δ) et (ON) ?

(c) Soit P un point quelconque de (Δ) tel que $OP = 6\,cm$. Calculer la distance PN.

(d) Le point N décrit le cercle $\mathcal{C}$ tandis que P reste fixe. Quel solide engendre le segment $[PN]$? Calculer le volume $\mathcal{V}$ de ce solide.

3 Exercice 3

Dans un plan euclidien rapporté au repère orthonormé $(O, \overrightarrow{\imath}, \overrightarrow{\jmath})$ on donne les points $A(-2;5)$, $B(-1;1)$, $D(2;4)$.

1. Faire une figure soignée, et complète.
2. Déterminer les coordonnées du point $C(x;y)$ pour que $ABCD$ soit un parallélogramme.
3. Déterminer les coordonnées du point I, centre de symtrie de ce parallélogramme.
4. Calculer les distances AB et AD. En déduire la nature exacte du parallélogramme $ABCD$.
5. Ecrire une équation cartésienne de la droite (AD).
6. Ecrire une équation cartésienne de la droite $(\mathcal{D})$ orthogonale à (AD) passant par B.
7. Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ le système
$$\begin{cases} x + 4y - 18 = 0 \\ 4x - y + 5 = 0 \end{cases}$$
En déduire les coordonnées du point E d'intersection des droites $(\mathcal{D})$ et (AD).