Brevet Japon 1996

http://melusine.eu.org/syracuse/poulecl

1 Partie numérique

1.1 Exercice 1

Soit $A = (2x-3)(x+7) - (2x-3)^2$.

1. Ecrire A sous la forme d'un produit de deux facteurs.
2. Calculer la valeur prise par A si $x = \dfrac{3}{2}$.

1.2 Exercice 2

Soit $B = \sqrt{12} - 3\sqrt{75} + 2\sqrt{3} + 5\sqrt{27}$.
Ecrire B sous la forme $a\sqrt{3}$.

1.3 Exercice 3

1. Résoudre le système :

$$\begin{cases} x - 2y = 150 \\ x + y = 450 \end{cases}$$

2. Xavier et Yann disposent à eux deux d'une somme de 450 francs. Xavier dit à Yann : « Si je te donne 50 francs, mon avoir sera alors le double du tien. »
   En désignant par x l'avoir initial de Xavier et par y celui de Yann, mettre le problème en équation et déterminer l'avoir initial de chacun des deux personnages.

2 Partie géométrique

2.1 Exercice 1

ABC est un triangle rectangle en A. On donne $AB = 5\,cm$ et $\widehat{ABC} = 35°$.

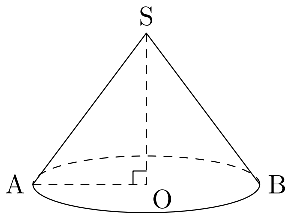
1. Construire la figure en vraie grandeur.
2. Déterminer la longueur AC, arrondie au dixième de centimètre.

2.2 Exercice 2

1. Dans un repère orthonormal que vous construirez sur votre copie en prenant pour unité $1\,cm$ sur chaque axe, placer les points $A(2;1)$, $B(7;2)$, $C(3;-2)$ et $D(-2;-3)$.
2. Prouver par le calcul que $ABCD$ est un parallélogramme.
3. (a) Quelle est l'image du point C dans la translation de vecteur $\overrightarrow{DA}$? Justifier la réponse.

   (b) Calculer les coordonnées du point E, image du point A dans la translation de vecteur $\overrightarrow{DA}$. Colorier l'image du triangle ADC dans cette translation.

2.3 Exercice 3



On considère un cône de révolution de hauteur $SQ = 16\,cm$, dont la base a pour diamètre $AB = 24\,cm$. La figure ci-contre est une représentation en perspective cavalière de ce cône, les dimensions et l'échelle n'étant pas respectées.

1. Déterminer le volume de ce cône, arrondi au cm^3, en prenant pour π la valeur donnée par la calculatrice.
2. Calculer la longueur du segment $[SA]$, génératrice du cône.

3 Problème

Première partie Voici trois applications affines définies par :

$$f(x) = 36 \qquad g(x) = 1,2x + 12 \qquad h(x) = 2,4x$$

1. Calculer $g(5)$ et $h(5)$.
2. Sur une feuille de papier millimétré, dans un repère orthogonal, avec 1 cm pour 2 unités sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 3 unités sur l'axe des ordonnées, tracer les droites (d_1), (d_2) et (d_3) associées respectivement aux applications affines définies par $f(x)$, $g(x)$ et $h(x)$.
3. Déterminer par le calcul les valeurs de x pour lesquelles $g(x) < f(x)$.
4. Calculer les coordonnées du point M, intersection des droites (d_1) et (d_2), et les coordonnées du point N, intersection des droites (d_2) et (d_3).

Deuxième partie Une entreprise vient de renouveler son parc informatique. Afin d'assurer la maintenance des appareils, le responsable du département informatique contacte une société spécialisée qui lui propose 3 contrats qui couvrent les frais de déplacement et la main-d'oeuvre pour l'ensemble du parc informatique et pour l'année.

Contrat n°1 : un forfait de 36 000 F.

Contrat n°2 : une somme forfaitaire de 12000F à laquelle s'ajoutent 1200 F par appareil assuré.

Contrat n°3 : 2 400 F par appareil assuré.

1. Recopier et compléter le tableau suivant :

Nombre d'appareils assurés	Coût de la maintenance		
	Contrat n°1	Contrat n°2	Contrat n°3
5			
15			
25			

2. Soit x le nombre d'ordinateurs assurés par l'entreprise. Dans la suite, les prix seront exprimés en milliers de francs.

   $f(x)$ désigne le coût en milliers de francs de la maintenance pour un nombre x d'ordinateurs avec le contrat n°1.

   $g(x)$ désigne le coût en milliers de francs de la maintenance pour un nombre x d'ordinateurs avec le contrat n°2.

   $h(x)$ désigne le coût en milliers de francs de la maintenance pour un nombre x d'ordinateurs avec le contrat n°3.

   En utilisant le graphique :

   (a) déterminer, selon le nombre d'appareils assurés, le contrat le plus avantageux pour l'entreprise ;

   (b) conseiller le contrat le plus avantageux dans le cas où l'entreprise assure 18 ordinateurs.