Brevet Clermont 1996

http://melusine.eu.org/syracuse/poulecl

1 Partie numérique

1.1 Exercice 1

Ecrire sous la forme d'une fraction la plus simple possible

$$A = \frac{3}{2} - \frac{5}{2} \times \frac{3}{10} \qquad B = \left(\frac{3}{5}\right)^2 \div \frac{9}{20}$$

1.2 Exercice 2

Soit $E = (3x-2)^2 - 81$.

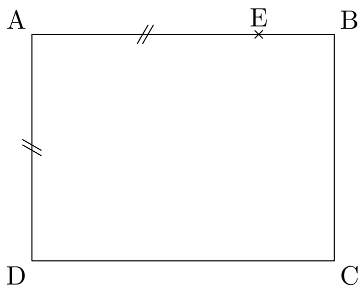
1. Développer, réduire et ordonner E.
2. Factoriser E.
3. Résoudre l'équation $(3x-11)(3x+7) = 0$.

1.3 Exercice 3

On donne $x = \sqrt{72}$ et $y = \sqrt{98}$.

1. Ecrire x et y sous la forme $a\sqrt{b}$ où a et b entiers, a étant le plus grand entier possible.
2. Ecrire sous la forme la plus simple possible $x^2 - y^2$ et $x + y$.

1.4 Exercice 4

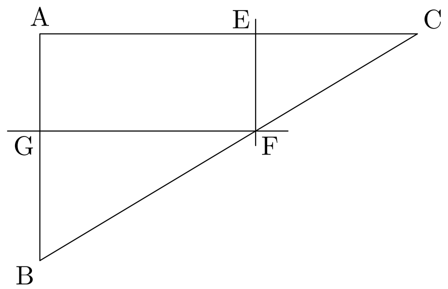


Ne pas refaire la figure. $ABCD$ est un rectangle ; l'unité de longueur est le centimètre. On a : $AE = AD = 3$ et $EB = x$.

1. Calculer le périmètre de $ABCD$ en fonction de x.
2. Trouver x pour que le périmètre de $ABCD$ soit égal à 20.

2 Partie géométrique

2.1 Exercice 1



La figure ne doit pas être reproduite. L'unité de longueur est le centimètre.
Le triangle ABC est tel que $AB = 5,25$; $BC = 8,75$; $AC = 7$.

1. Démontrer que le triangle ABC est rectangle.
2. (a) Soit E le point du segment $[AC]$ tel que $EC = 4$. Calculer AE.
   (b) La parallèle à la droite (AB) passant par E coupe $[BC]$ en F. Calculer EF.
3. La parallèle à la droite (AC) passant par F coupe le segment $[AB]$ en G. Quelle est la nature du quadrilatère $AEFG$? (On donnera la réponse la plus précise possible en la justifiant.)

2.2 Exercice 2

Dans le plan muni d'un repère orthonormal $(O,\ I,\ J)$, l'unité étant le centimètre, on considère les points : $A(2; 3)$; $B(5; 6)$; $C(7; 4)$; $D(4; 1)$.

1. Faire la figure sur papier millimétré.
2. Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$ et celles du vecteur $\overrightarrow{DC}$; en déduire la nature du quadrilatère $ABCD$.
3. Calculer AC et BD.
4. Démontrer que $ABCD$ est un rectangle. (On pourra utiliser les résultats obtenus en 3.)

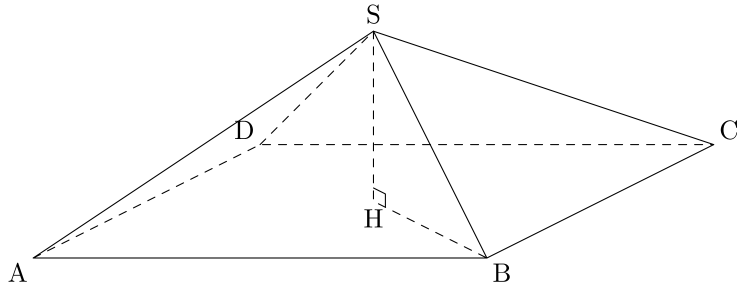
3 Problème

L'unité de longueur est le centimètre.

Première partie On considère un triangle isocèle SBC tel que $SB = SC = 5$ et $BC = 6$. La hauteur issue de S coupe le segment $[BC]$ en I.

1. Faire une figure que l'on complétera dans la question 4.
2. Démontrer que $SI = 4$.
3. Calculer l'aire, en cm^2, du triangle SBC.
4. On note I' le point du segment $[SI]$ tel que $SI' = \dfrac{1}{4}SI$.
   Par I', on trace la parallèle à la droite (BC) ; elle coupe les droites (SB) et (SC) respectivement en B' et C'. Le triangle $SB'C'$ est donc une réduction du triangle SBC.
   (a) Préciser le rapport de réduction des longueurs. (On donnera le résultat sans explication.)
   (b) En déduire l'aire, en cm^2, du triangle $SB'C'$.

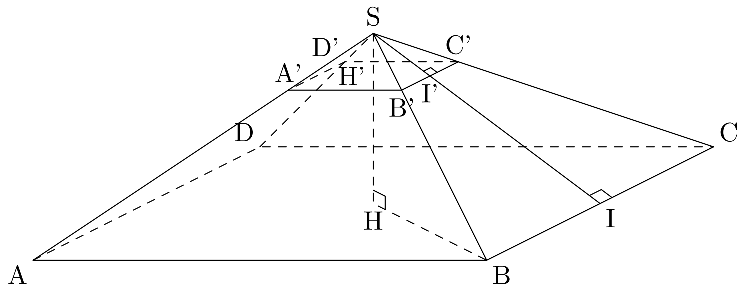
Deuxième partie On considère une pyramide régulière $SABCD$ de sommet S et à base carrée telle que $AB = 6$ et $SB = 5$.



La hauteur de la pyramide est $[SH]$. On fera les deux figures demandées dans cette partie sur une même feuille de papier millimétré.

1. Tracer, en vraie grandeur, la base $ABCD$ de la pyramide et placer précisément le point H sur le dessin.
2. Tracer, en vraie grandeur (sans calculer HB mais en utilisant la figure précédente), le triangle SHB rectangle en H.
3. Quelle est la nature du triangle SBC ? (On précisera les longueurs de ses côtés.)
4. On note I le pied de la hauteur issue de S du triangle SBC et H' le point du segment $[SH]$ tel que $SH' = \dfrac{1}{4}SH$.

   On note A', B', C', D', I' les points d'intersection des droites (SA), (SB), (SC), (SD) et (SI) avec le plan passant par H' et parallèle au plan de la base $ABCD$ de la pyramide.



   (a) Quelle est la nature du quadrilatère $A'B'C'D'$? (On précisera les longueurs de ses côtés.)

   (b) Le triangle SBC est le triangle décrit dans la première partie et on a $SI' = \dfrac{1}{4}SI$.

   Calculer, en utilisant les résultats de la première partie, l'aire, en cm^2, du trapèze $BB'C'C$.

   (c) En déduire l'aire latérale, en cm^2, de la partie tronquée de la pyramide comprise entre les plans parallèles $ABCD$ et $A'B'C'D'$.