Brevet Versailles 2004

http://melusine.eu.org/syracuse/poulecl

1 Partie numérique

1.1 Exercice 1

Soient les expressions

$$A = \frac{9}{5} - \frac{2}{5} \times \frac{11}{4}$$
$$B = 5\sqrt{3} - 4\sqrt{27} + \sqrt{75}$$

1. Calculer A en détaillant les étapes du calcul et écrire le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.
2. Calculer et écrire B sous la forme $a\sqrt{b}$, où a et b sont des entiers relatifs, b étant un nombre positif le plus petit possible.

1.2 Exercice 2

On considère l'expression $C = (2x-1)^2 + (2x-1)(x+5)$.

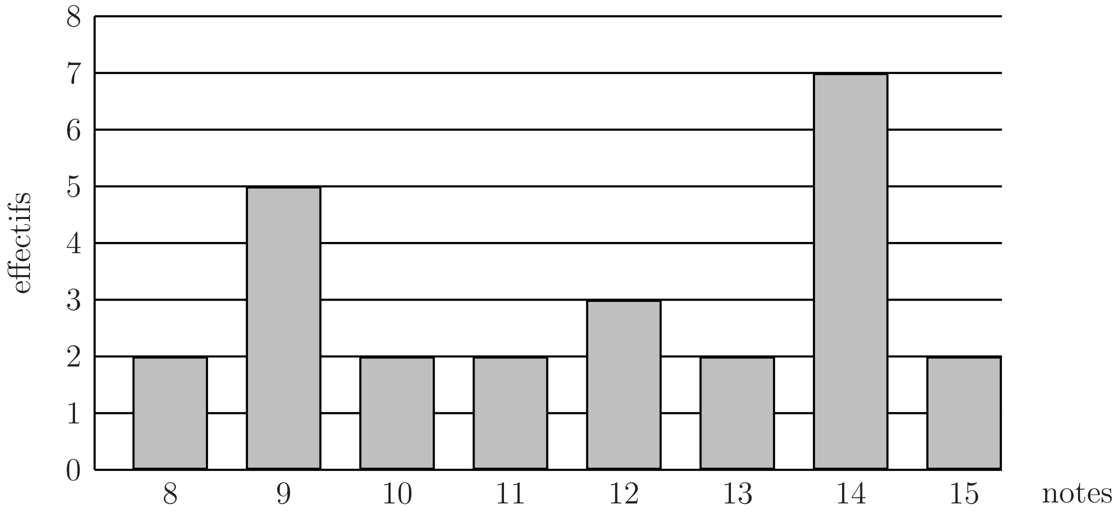
1. Développer et réduire l'expression C.
2. Factoriser l'expression C.
3. Résoudre l'équation $(2x-1)(3x+4) = 0$.

1.3 Exercice 3

1. Les nombres 682 et 352 sont-ils premiers entre eux ? Justifier.
2. Calculer le plus grand diviseur commun (PGCD) de 682 et 352.
3. Rendre irréductible la fraction $\frac{682}{352}$ en indiquant clairement la méthode utilisée.

1.4 Exercice 4

Le diagramme en barres ci-dessous donne la répartition des notes obtenues à un contrôle de mathématiques par les élèves d'une classe de 3^{e}.

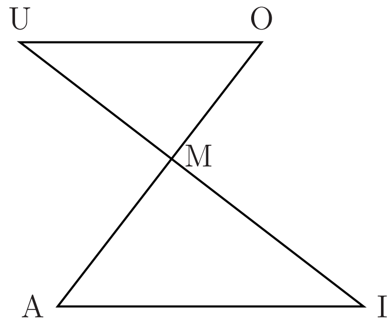


1. Combien d'élèves y a-t-il dans cette classe ?
2. Quelle est la note moyenne de la classe à ce contrôle ?
3. Quelle est la note médiane ?
4. Quelle est l'étendue de cette série de notes ?

2 Partie géométrique

2.1 Exercice 1

Les segments $[CA]$ et $[UI]$ se coupent en M.
On a : $MO = 21$, $MA = 27$, $MU = 28$, $MI = 36$, $AI = 45$ (l'unité de longueur étant le millimètre).

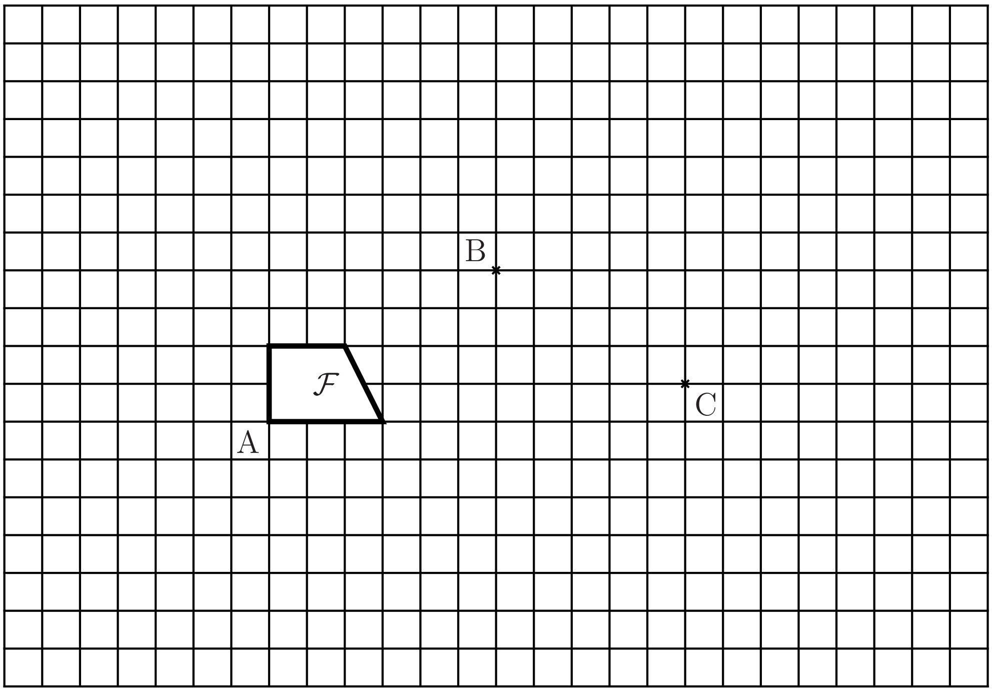


1. Prouver que les droites (OU) et (AI) sont parallèles.
2. Calculer la longueur OU.
3. Prouver que le triangle AMI est un triangle rectangle.
4. Déterminer, à un degré près, la mesure de l'angle $\widehat{AIM}$.
5. Montrer que les angles $\widehat{MAI}$ et $\widehat{MOU}$ ont la même mesure.

2.2 Exercice 2

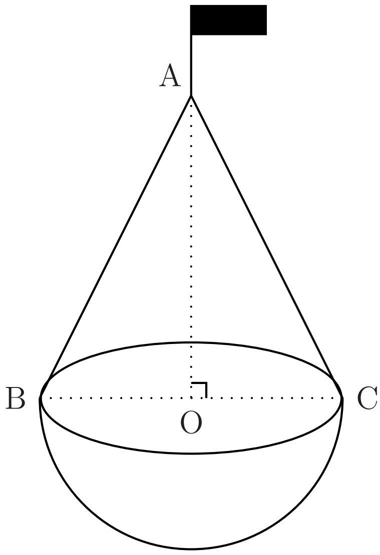
Sur la figure annexe que vous devrez rendre avec la copie, on considère la figure $\mathcal{F}$.

1. Construire
   (a) la figure $\mathcal{F}_1$, image de la figure $\mathcal{F}$ par la symétrie centrale de centre B (nommer E l'image de A).
   (b) la figure $\mathcal{F}_2$, image de la figure $\mathcal{F}_1$ par la symétrie centrale de centre C (nommer T l'image de E). On hachurera, sur le dessin, les figures $\mathcal{F}_1$ et $\mathcal{F}_2$ ainsi obtenues.
2. Quelle transformation permet de passer directement de la figure $\mathcal{F}$ à $\mathcal{F}_2$?



2.3 Exercice 3

La balise ci-contre est formée d'une demi-boule surmontée d'un cône de révolution de sommet A.
Le segment $[BC]$ est un diamètre de la base du cône et le point O est le centre de cette base.
On donne $AO = BC = 6\,dm$.



1. Montrer que $AB = 3\sqrt{5}\,dm$.
2. Dans cette question, on se propose de calculer des volumes.
   (a) Calculer en fonction de π le volume du cône (on donnera la valeur exacte de ce volume).
   (b) Calculer en fonction de π le volume de la demi-boule (on donnera la valeur exacte de ce volume).
   (c) Calculer la valeur exacte du volume de la balise, puis en donner la valeur arrondie à 0,1 dm^3 près.

On rappelle que si V est le volume d'une boule de rayon R, alors $V = \dfrac{4}{3} \times \pi \times R^3$.

On rappelle que si V est le volume d'un cône de hauteur h et de rayon r, alors $V = \dfrac{\pi \times r^2 \times h}{3}$.

3 Problème

On considère un triangle ABC rectangle en A tel que $AB = 6\,cm$ et $AC = 4\,cm$.

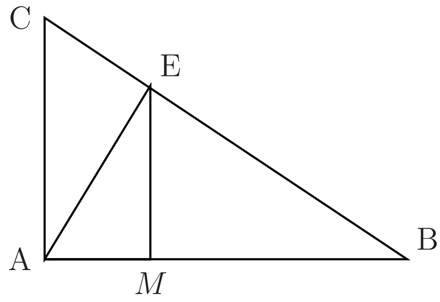
PARTIE 1

1. Construire ce triangle.

2. Placer le point M sur le segment $[AB]$ tel que $BM = 3,5\,cm$ et tracer la droite passant par le point M et perpendiculaire à la droite (AB) ; elle coupe le segment $[BC]$ en E.
   (a) Calculer AM.
   (b) Démontrer que les droites (AC) et (ME) sont parallèles.
   (c) Calculer EM (on donnera le résultat sous la forme d'une fraction irréductible).
   (d) Le triangle AEM est-il un triangle isocèle en M ?

PARTIE 2

On souhaite placer le point M sur le segment $[AB]$ de façon à ce que le triangle AEM soit isocèle en M comme sur la figure ci-dessous que l'on ne demande pas de refaire. On rappelle que : $AB = 6\,cm$ et $AC = 4\,cm$. Les droites (ME) et (AB) sont perpendiculaires.



1. On pose $BM = x$ (on a donc $0 \leqslant x \leqslant 6$). Démontrer, en utilisant la propriété de Thalès, que

$$ME = \frac{2}{3}x$$

2. Première résolution du problème posé.
   (a) Montrer que $MA = 6 - x$.
   (b) Calculer x pour que le triangle AME soit isocèle en M.

3. Deuxième résolution du problème
   Soit un repère orthogonal avec pour unités $2\,cm$ sur l'axe des abscisses et $1\,cm$ sur l'axe des ordonnées.
   (a) Représenter, dans ce repère, les fonctions f et g définies par :

$$f(x) = \frac{2}{3}x \qquad \text{et} \qquad g(x) = 6 - x, \qquad \text{pour} \qquad 0 \leqslant x \leqslant 6.$$

   (b) En utilisant ce graphique, retrouver le résultat de la question **2.b.**.