# Brevet Versailles 2004

http://melusine.eu.org/syracuse/poulecl

## 1 Partie numérique

### 1.1 Exercice 1

Soient les expressions

$$A = \frac{9}{5} - \frac{2}{5} \times \frac{11}{4}$$
$$B = 5\sqrt{3} - 4\sqrt{27} + \sqrt{75}$$

1. Calculer $A$ en détaillant les étapes du calcul et écrire le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.
2. Calculer et écrire $B$ sous la forme $a\sqrt{b}$, où $a$ et $b$ sont des entiers relatifs, $b$ étant un nombre positif le plus petit possible.

### 1.2 Exercice 2

On considère l'expression $C = (2x-1)^2 + (2x-1)(x+5)$.

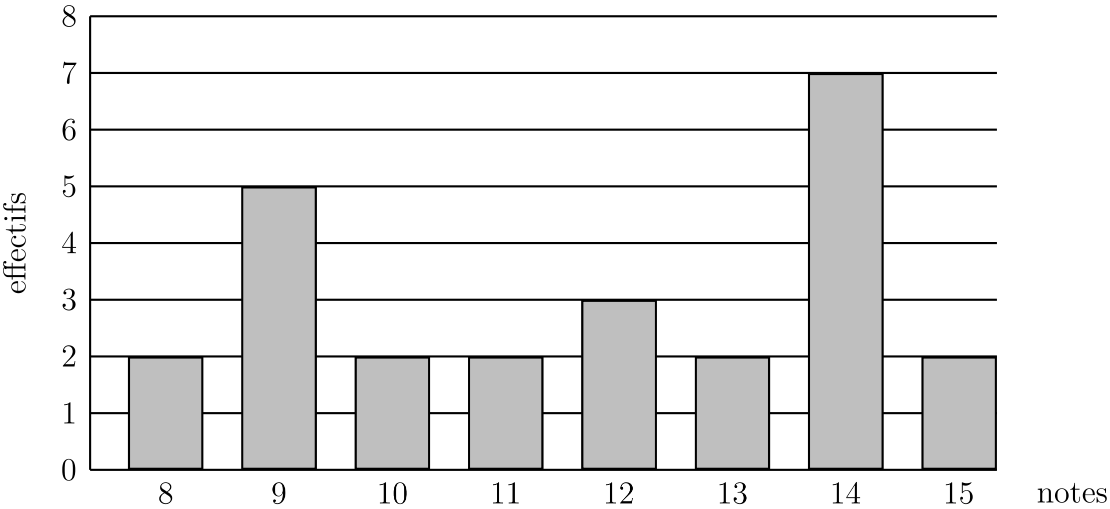
1. Développer et réduire l'expression $C$.
2. Factoriser l'expression $C$.
3. Résoudre l'équation $(2x-1)(3x+4) = 0$.

### 1.3 Exercice 3

1. Les nombres 682 et 352 sont-ils premiers entre eux ? Justifier.
2. Calculer le plus grand diviseur commun (PGCD) de 682 et 352.
3. Rendre irréductible la fraction $\frac{682}{352}$ en indiquant clairement la méthode utilisée.

### 1.4 Exercice 4

Le diagramme en barres ci-dessous donne la répartition des notes obtenues à un contrôle de mathématiques par les élèves d'une classe de $3^{\text{e}}$.

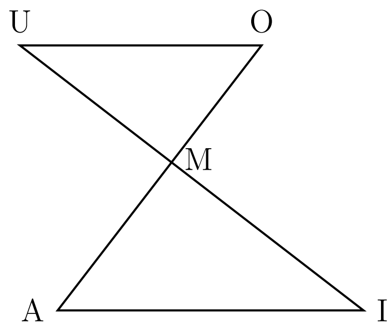



1. Combien d'élèves y a-t-il dans cette classe ?
2. Quelle est la note moyenne de la classe à ce contrôle ?
3. Quelle est la note médiane ?
4. Quelle est l'étendue de cette série de notes ?

# 2 Partie géométrique

## 2.1 Exercice 1

Les segments $[CA]$ et $[UI]$ se coupent en $M$.
On a : $MO = 21$, $MA = 27$, $MU = 28$, $MI = 36$, $AI = 45$ (l'unité de longueur étant le millimètre).

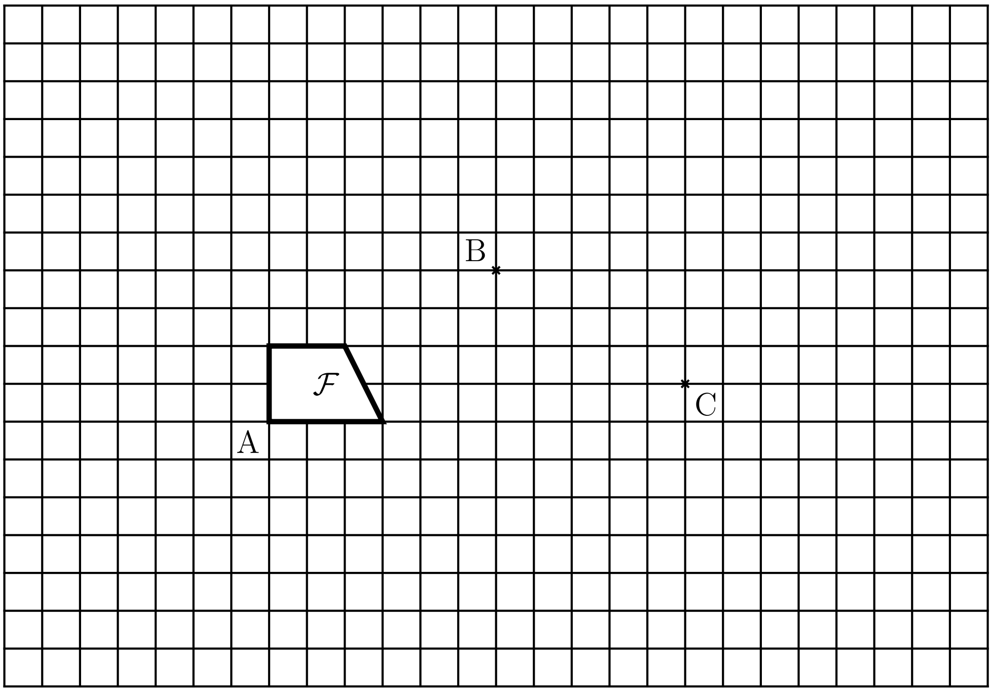



1. Prouver que les droites $(OU)$ et $(AI)$ sont parallèles.
2. Calculer la longueur $OU$.
3. Prouver que le triangle $AMI$ est un triangle rectangle.
4. Déterminer, à un degré près, la mesure de l'angle $\widehat{AIM}$.
5. Montrer que les angles $\widehat{MAI}$ et $\widehat{MOU}$ ont la même mesure.

## 2.2 Exercice 2

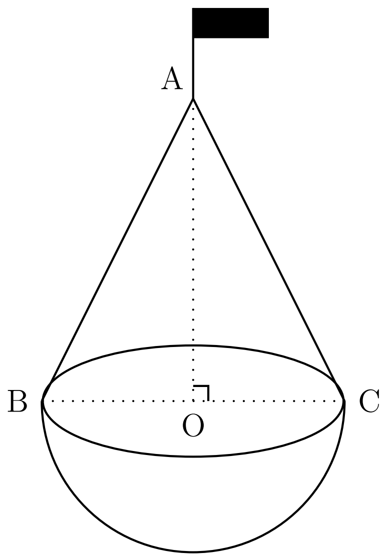
Sur la figure annexe que vous devrez rendre avec la copie, on considère la figure $\mathcal{F}$.

1. Construire
   (a) la figure $\mathcal{F}_1$, image de la figure $\mathcal{F}$ par la symétrie centrale de centre $B$ (nommer $E$ l'image de $A$).
   (b) la figure $\mathcal{F}_2$, image de la figure $\mathcal{F}_1$ par la symétrie centrale de centre $C$ (nommer $T$ l'image de $E$). On hachurera, sur le dessin, les figures $\mathcal{F}_1$ et $\mathcal{F}_2$ ainsi obtenues.
2. Quelle transformation permet de passer directement de la figure $\mathcal{F}$ à $\mathcal{F}_2$ ?




## 2.3 Exercice 3

La balise ci-contre est formée d'une demi-boule surmontée d'un cône de révolution de sommet $A$.
Le segment $[BC]$ est un diamètre de la base du cône et le point $O$ est le centre de cette base.
On donne $AO = BC = 6\,dm$.




1. Montrer que $AB = 3\sqrt{5}\,dm$.
2. Dans cette question, on se propose de calculer des volumes.
   (a) Calculer en fonction de $\pi$ le volume du cône (on donnera la valeur exacte de ce volume).
   (b) Calculer en fonction de $\pi$ le volume de la demi-boule (on donnera la valeur exacte de ce volume).
   (c) Calculer la valeur exacte du volume de la balise, puis en donner la valeur arrondie à 0,1 $dm^3$ près.

**On rappelle que** si $V$ est le volume d'une boule de rayon $R$, alors $V = \dfrac{4}{3} \times \pi \times R^3$.

**On rappelle que** si $V$ est le volume d'un cône de hauteur $h$ et de rayon $r$, alors $V = \dfrac{\pi \times r^2 \times h}{3}$.

# 3 Problème

On considère un triangle $ABC$ rectangle en $A$ tel que $AB = 6\,cm$ et $AC = 4\,cm$.

**PARTIE 1**

1. Construire ce triangle.

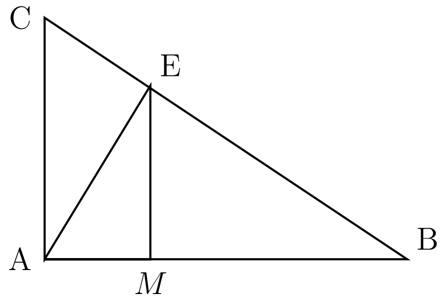
2. Placer le point $M$ sur le segment $[AB]$ tel que $BM = 3,5\,cm$ et tracer la droite passant par le point $M$ et perpendiculaire à la droite $(AB)$ ; elle coupe le segment $[BC]$ en $E$.
   (a) Calculer $AM$.
   (b) Démontrer que les droites $(AC)$ et $(ME)$ sont parallèles.
   (c) Calculer $EM$ (on donnera le résultat sous la forme d'une fraction irréductible).
   (d) Le triangle $AEM$ est-il un triangle isocèle en $M$ ?

**PARTIE 2**

On souhaite placer le point $M$ sur le segment $[AB]$ de façon à ce que le triangle $AEM$ soit isocèle en $M$ comme sur la figure ci-dessous que l'on ne demande pas de refaire. On rappelle que : $AB = 6\,cm$ et $AC = 4\,cm$. Les droites $(ME)$ et $(AB)$ sont perpendiculaires.

1. On pose $BM = x$ (on a donc $0 \leqslant x \leqslant 6$). Démontrer, en utilisant la propriété de Thalès, que

$$ME = \frac{2}{3}x$$




2. Première résolution du problème posé.
   (a) Montrer que $MA = 6 - x$.
   (b) Calculer $x$ pour que le triangle $AME$ soit isocèle en $M$.

3. Deuxième résolution du problème
   Soit un repère orthogonal avec pour unités $2\,cm$ sur l'axe des abscisses et $1\,cm$ sur l'axe des ordonnées.
   (a) Représenter, dans ce repère, les fonctions $f$ et $g$ définies par :

$$f(x) = \frac{2}{3}x \qquad \text{et} \qquad g(x) = 6 - x, \qquad \text{pour} \qquad 0 \leqslant x \leqslant 6.$$

   (b) En utilisant ce graphique, retrouver le résultat de la question **2.b.**.