Brevet Groupe Ouest 2003

http://melusine.eu.org/syracuse/poulecl

1 Partie numérique

1.1 Exercice 1

1. Ecrire sous la forme $a\sqrt{5}$ avec a entier :

$$A = 3\sqrt{20} + \sqrt{45} \qquad B = \sqrt{180} - 3\sqrt{5}.$$

2. En utilisant les résultats de la question précédente, démontrer que $A \times B$ et $\frac{A}{B}$ sont des nombres entiers.

1.2 Exercice 2

1. Effectuer le calcul ci-dessous et donner le résultat sous forme de fraction irréductible :

$$1 - \left(\frac{1}{4} + \frac{3}{4} \times \frac{4}{5}\right).$$

2. Un propriétaire terrien a vendu le quart de sa propriété en 2001 et les quatre cinquième du **reste** en 2002.
   (a) Quelle fraction de la propriété a été vendue en 2002 ?
   (b) Quelle fraction de la propriété reste invendue à l'issue des deux années ?
   (c) Quelle était la superficie de la propriété sachant que la partie invendue au bout des deux années représente six hectares ?

1.3 Exercice 3

On considère l'expression : $E = (2x+1)^2 - 4$.

1. Développer et réduire E.
2. Factoriser l'expression E sous forme d'un produit de facteurs du premier degré.
3. Résoudre l'équation $(2x+3)(2x-1) = 0$.
4. Calculer E lorsque x vaut $-\frac{3}{2}$, puis lorsque x vaut 0.

1.4 Exercice 4

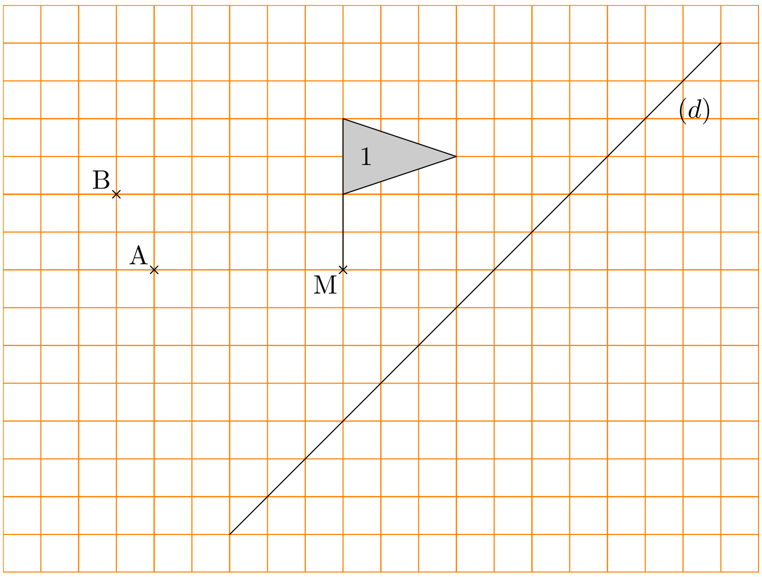
Un commerçant augmente les prix de tous ses articles de 8%.
Un objet coûte x €.

1. Exprimer y en fonction de x.
2. Un lecteur DVD coûte, avant augmentation, 329€. Combien coûtera-t-il après ?
3. Un téléviseur coûte, après augmentation, 540€. Combien coûtait-il avant ?

2 Partie géométrique

2.1 Exercice 1

Sur un quadrillage constitué de carrés, on a placé une droite (d), trois points (nommés A,B et M), une figure qui est en forme de fanion et est numérotée 1.



1. (a) Construire l'image de la figure 1 par la symétrie d'axe (d) ; numéroter 2 la figure obtenue.
   (b) Construire l'image de la figure 1 par la rotation de centre M et d'angle 90° dans le sens des aiguilles d'une montre ; numéroter 3 la figure obtenue.
   (c) Construire l'image de la figure 1 par la symétrie de centre A ; numéroter 4 la figure obtenue.
   (d) Construire l'image de la figure 4 par la symétrie de centre B ; numéroter 5 la figure obtenue.
2. Par quelle transformation géométrique peut-on passer directement de la figure 1 à la figure 5 ? Préciser l'élément caractéristique de cette transformation.

2.2 Exercice 2

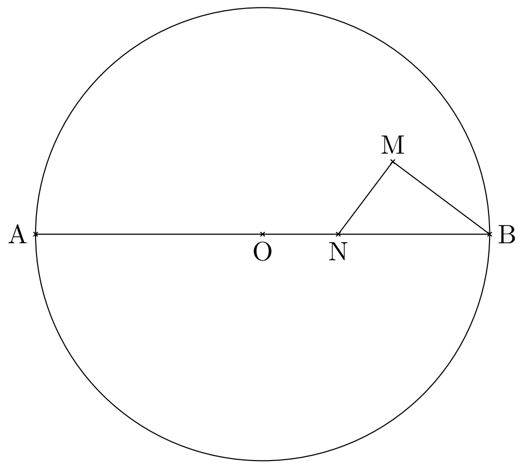
$$A(-2;1) \qquad B(-1;3) \qquad C(5;0)$$

1. Placer ces points dans le repère (O, I, J).
2. Démontrer que la valeur exacte de AB est $\sqrt{5}$.
3. On admet dans la suite de l'exercice que :

$$AC = 5\sqrt{2} \text{ et } BC = 3\sqrt{5}$$

   Démontrer que le triangle ABC est rectangle en B.
4. On appelle K le milieu de $[AC]$. Calculer les coordonnées de K.
5. On appelle D le point tel que le quadrilatère $ABCD$ est un rectangle. Placer D dans le repère, puis calculer ses coordonnées.

3 Problème



On donne :
- un cercle $(\mathcal{C})$ de centre O et de rayon $6\,cm$;
- un diamètre $[AB]$ de ce cercle $(\mathcal{C})$;
- le point N du segment $[OB]$ tel que $BN = 4\,cm$;
- le point M situé à $3,2cm$ de B et tel que le triangle BMN est rectangle en M.

1. (a) Calculer la longueur du segment $[MN]$.
   (b) Calculer la mesure de l'angle $\widehat{MBN}$ (arrondir à un degré près). La droite (BM) recoupe le cercle $(\mathcal{C})$ en P.
2. (a) Démontrer que le triangle BPA est rectangle en P.
   (b) En déduire que les droites (PA) et (MN) sont parallèles.
3. On sait maintenant que le triangle BPA est un agrandissement du triangle BMN.
   (a) Calculer le coefficient d'agrandissement.
   (b) Calculer BP.
   (c) Calculer l'aire du triangle BMN et en déduire l'aire du triangle BPA.
4. Soit E le milieu de $[BN]$.
   Démontrer que les droites (PO) et (ME) sont parallèles.
5. La droite (PO) recoupe le cercle $(\mathcal{C})$ en K et la droite (PN) coupe la droite (BK) en I.
   On sait que lorsqu'un point appartient à une médiane et est situé aux deux tiers de cette médiane en partant du sommet, alors ce point est le centre de gravité du triangle.
   Ecrire le rapport $\dfrac{BN}{BO}$ sous forme d'une fraction irréductible, puis démontrer que I est le milieu du segment $[BK]$.